**目 录**

[第1讲 定义新运算 1](#_Toc493358290)

[第2讲 简便运算（一） 4](#_Toc493358291)

[第3讲 简便运算（二） 7](#_Toc493358292)

[第7讲 转化单位“1”（二） 17](#_Toc493358293)

[第8讲 转化单位“1”（三） 20](#_Toc493358294)

[第9讲 设数法解题 23](#_Toc493358295)

[第10讲 假设法解题（一） 26](#_Toc493358296)

[第11讲 假设法解题（二） 29](#_Toc493358297)

[第12讲 倒推法解题 32](#_Toc493358298)

[第13讲 代数法解题 35](#_Toc493358299)

[第14讲 比的应用（一） 38](#_Toc493358300)

[第15讲 比的应用（二） 41](#_Toc493358301)

[第16讲 用“组合法”解工程问题 45](#_Toc493358302)

[第17讲 浓度问题 49](#_Toc493358303)

[第18讲 面积计算（一） 53](#_Toc493358304)

[第19讲 面积计算（二） 58](#_Toc493358305)

[第20讲 面积计算 63](#_Toc493358306)

[第21周抓“不变量”解题 68](#_Toc493358307)

[第22周特殊工程问题 72](#_Toc493358308)

[第23周周期工程问题 78](#_Toc493358309)

[第24周 比较大小 89](#_Toc493358310)

[第25周最大最小问题 94](#_Toc493358311)

[第26周乘法和加法原理 98](#_Toc493358312)

[第27周表面积与体积（一） 102](#_Toc493358313)

[第28周表面积与体积（二） 109](#_Toc493358314)

[第29周抽屉原理（一） 117](#_Toc493358315)

[第30周抽屉原理（二） 122](#_Toc493358316)

[第31周逻辑推理（一） 126](#_Toc493358317)

[第32周逻辑推理（二） 133](#_Toc493358318)

[第33周行程问题（一） 138](#_Toc493358319)

[第34周行程问题（二） 144](#_Toc493358320)

[第36周流水行船问题 156](#_Toc493358321)

[第37周对策问题 160](#_Toc493358322)

[第38周应用同余问题 164](#_Toc493358323)

[第39周“牛吃草”问题 167](#_Toc493358324)

[第40周不定方程 172](#_Toc493358325)

# 第1讲 定义新运算

**一、知识要点**

定义新运算是指运用某种特殊符号来表示特定的意义，从而解答某些算式的一种运算。

解答定义新运算，关键是要正确地理解新定义的算式含义，然后严格按照新定义的计算程序，将数值代入，转化为常规的四则运算算式进行计算。

定义新运算是一种人为的、临时性的运算形式，它使用的是一些特殊的运算符号，如：\*、△、⊙等，这是与四则运算中的“＋、－、×、÷”不同的。

新定义的算式中有括号的，要先算括号里面的。但它在没有转化前，是不适合于各种运算定律的。

**二、精讲精练**

**【例题1】**假设a\*b=(a+b)+(a-b)，求13\*5和13\*（5\*4）。

**【思路导航】**这题的新运算被定义为：a\*b等于a和b两数之和加上两数之差。这里的“\*”就代表一种新运算。在定义新运算中同样规定了要先算小括号里的。因此，在13\*（5\*4）中，就要先算小括号里的（5\*4）。

13\*5=（13+5）+（13-5）=18+8=26

5\*4=（5+4）+（5-4）=10

13\*（5\*4）=13\*10=（13+10）+（13-10）=26

**练习1：**

1、将新运算“\*”定义为：a\*b=(a+b)×(a-b).。求27\*9。

2、设a\*b=a2+2b，那么求10\*6和5\*（2\*8）。

3△(4△6)

＝3△【4×6－（4+6）÷2】

＝3△19

＝4×19－（3+19）÷2

＝76－11

＝65

3、设a\*b=3a－b×1/2，求（25\*12）\*（10\*5）。

**【答案】1.648 2.112、65 3.193.25**

**【例题2】**设p、q是两个数，规定：p△q=4×q-(p+q)÷2。求3△(4△6)。

**【思路导航】**根据定义先算4△6。在这里“△”是新的运算符号。

**练习2：**

1、设p、q是两个数，规定p△q＝4×q－（p+q）÷2，求5△（6△4）。

2、设p、q是两个数，规定p△q＝p2+（p－q）×2。求30△（5△3）。

3、设M、N是两个数，规定M\*N＝M/N+N/M，求10\*20－1/4。

**【答案】1.36 2.902 3.**

**【例题3】**如果1\*5=1+11+111+1111+11111，2\*4=2+22+222+2222，3\*3=3+33+333，4\*2=4+44，那么7\*4=\_\_\_\_\_\_\_\_；210\*2=\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【思路导航】**经过观察，可以发现本题的新运算“\*”被定义为。因此

7\*4=7+77+777+7777=8638

210\*2=210+210210=210420

http://hiphotos.baidu.com/%D3%EB%C4%E3%B5%C4%D4%B5/pic/item/5866acde2c4d682b62279842.jpg

**练习3：**

1、如果1\*5=1+11+111+1111+11111，2\*4=2+22+222+2222，3\*3=3+33+333，……那么4\*4=\_\_\_\_\_\_\_\_。

http://hiphotos.baidu.com/%D3%EB%C4%E3%B5%C4%D4%B5/pic/item/0842953969e00b1cb9998f31.jpg2、规定， 那么8\*5=\_\_\_\_\_\_\_\_。

3、如果2\*1=1/2，3\*2=1/33，4\*3=1/444，那么（6\*3）÷（2\*6）=\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【答案】1.4936 2.9872 3.**

**【例题4】**规定②=1×2×3，③=2×3×4 ，④=3×4×5，⑤=4×5×6，……如果1/⑥－1/⑦ =1/⑦×A，那么，A是几？

A =（1/⑥－1/⑦）÷1/⑦

=（1/⑥－1/⑦）×⑦

= ⑦/⑥－1

=（6×7×8）/（5×6×7）－1

= 1又3/5－1

= 3/5

**【思路导航】**这题的新运算被定义为：@ = （a－1）×a×（a＋1），据此，可以求出1/⑥－1/⑦ =1/（5×6×7）－1/（6×7×8），这里的分母都比较大，不易直接求出结果。根据1/⑥－1/⑦ =1/⑦×A，可得出A = (1/⑥－1/⑦)÷1/⑦ = （1/⑥－1/⑦）×⑦ = ⑦/⑥ －1。即

**练习4：**

1、规定：②=1×2×3，③＝2×3×4，④＝3×4×5，⑤＝4×5×6，……如果1/⑧－1/⑨＝1/⑨×A，那么A=\_\_\_\_\_\_\_\_。

2、规定：③＝2×3×4，④＝3×4×5，⑤＝4×5×6，⑥＝5×6×7，……如果1/⑩+1/⑾＝1/⑾×□，那么□＝\_\_\_\_\_\_\_\_。

3、如果1※2＝1+2，2※3＝2+3+4，……5※6＝5+6+7+8+9+10，那么x※3＝54中，x＝\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【答案】1. 2. 3.17**

**【例题5】**设a⊙b=4a－2b+1/2ab,求z⊙（4⊙1）＝34中的未知数x。

4⊙1＝4×4-2×1+1/2×4×1＝16

x⊙16＝4x－2×16+1/2×x×16

＝12x－32

12x－32 = 34

12x= 66

x＝5.5

**【思路导航】**先求出小括号中的4⊙1=4×4-2×1+1/2×4×1＝16，再根据x⊙16＝4x－2×16+1/2×x×16 = 12x－32，然后解方程12x－32 = 34，求出x的值。列算式为

**练习5：**

1、设a⊙b=3a－2b，已知x⊙（4⊙1）＝7求x。

2、对两个整数a和b定义新运算“△”：a△b= ，求6△4+9△8。

3、对任意两个整数x和y定于新运算，“\*”：x\*y＝（其中m是一个确定的整数）。如果1\*2＝1，那么3\*12＝\_\_\_\_\_\_\_\_。

**【答案】1.9 2. 3.**

# 第2讲 简便运算（一）

**一、知识要点**

根据算式的结构和数的特征，灵活运用运算法则、定律、性质和某些公式，可以把一些较复杂的四则混合运算化繁为简，化难为易。

**二、精讲精练**

**【例题1】**计算4.75-9.63+（8.25-1.37）

**【思路导航】**先去掉小括号，使4.75和8.25相加凑整，再运用减法的性质：a－b－c = a－（b＋c），使运算过程简便。所以

原式＝4.75+8.25－9.63－1.37

＝13－（9.63+1.37）

＝13－11

＝2

**练习1：**计算下面各题。

1. 6.73－2 又8/17+（3.27－1又9/17）

2. 7又5/9－（3.8+1又5/9）－1又1/5

3. 14.15－（7又7/8－6又17/20）－2.125

4. 13又7/13－（4又1/4+3又7/13）－0.75

**【答案】1.6 2.1 3.11 4.5**

**【例题2】**计算333387又1/2×79+790×66661又1/4

**【思路导航】**可把分数化成小数后，利用积的变化规律和乘法分配律使计算简便。所以：原式＝333387.5×79+790×66661.25

＝33338.75×790+790×66661.25

＝（33338.75+66661.25）×790

＝100000×790

＝79000000

**练习2：**计算下面各题：

1. 3.5×1又1/4+125％+1又1/2÷4/5

2. 975×0.25+9又3/4×76－9.75

3. 9又2/5×425+4.25÷1/60

4. 0.9999×0.7+0.1111×2.7

**【答案】1.7.5 2.975 3.4250 4.0.9999**

**【例题3】**计算：36×1.09+1.2×67.3

**【思路导航】**此题表面看没有什么简便算法，仔细观察数的特征后可知：36 = 1.2×30。这样一转化，就可以运用乘法分配律了。所以

原式＝1.2×30×1.09+1.2×67.3

＝1.2×（30×1.09+1.2×67.3）

＝1.2×（32.7+67.3）

＝1.2×100

＝120

**练习3：**计算：

1. 45×2.08+1.5×37.6

2. 52×11.1+2.6×778

3. 48×1.08+1.2×56.8

4. 72×2.09－1.8×73.6

**【答案】1.150 2.2600 3.120 4.18**

**【例题4】**计算：3又3/5×25又2/5＋37.9×6又2/5

**【思路导航】**虽然3又3/5与6又2/5的和为10，但是与它们相乘的另一个因数不同，因此，我们不难想到把37.9分成25.4和12.5两部分。当出现12.5×6.4时，我们又可以将6.4看成8×0.8，这样计算就简便多了。所以

原式＝3又3/5×25又2/5＋（25.4+12.5）×6.4

＝3又3/5×25又2/5＋25.4×6.4＋12.5×6.4

＝（3.6+6.4）×25.4＋12.5×8×0.8

＝254＋80

＝334

**练习4：**

计算下面各题：

1、6.8×16.8＋19.3×3.2

2、139×137/138＋137×1/138

3、4.4×57.8＋45.3×5.6

**【答案】1.176 2. 3.508**

**【例题5】**计算81.5×15.8＋81.5×51.8＋67.6×18.5

**【思路导航】**先分组提取公因数，再第二次提取公因数，使计算简便。所以

原式＝81.5×（15.8＋51.8）＋67.6×18.5

＝81.5×67.6＋67.6×18.5

＝（81.5＋18.5）×67.6

＝100×67.6

＝6760

**练习5：**

1、53.5×35.3＋53.5×43.2＋78.5×46.5

2、235×12.1＋+235×42.2－135×54.3

3、3.75×735－3/8×5730＋16.2×62.5

**【答案】1.7850 2.5430 3.1620**

# 第3讲 简便运算（二）

**一、知识要点**

计算过程中，我们先整体地分析算式的特点，然后进行一定的转化，创造条件运用乘法分配律来简算，这种思考方法在四则运算中用处很大。

**二、精讲精练**

**【例题1】**计算：1234＋2341＋3412＋4123

**【思路导航】**整体观察全式，可以发现题中的4个四位数均由数1，2，3，4组成，且4个数字在每个数位上各出现一次，于是有

原式＝1×1111＋2×1111＋3×1111＋4×1111

＝（1＋2＋3＋4）×1111

＝10×1111

＝11110

**练习1：**

1、23456＋34562＋45623＋56234＋62345

2、45678＋56784＋67845＋78456＋84567

3、124.68＋324.68＋524.68＋724.68＋924.68

**【答案】1.222220 2.333330 3.2623.4**

**【例题2】**计算：2又4/5×23.4＋11.1×57.6＋6.54×28

**【思路导航】**我们可以先整体地分析算式的特点，然后进行一定的转化，创造条件运用乘法分配律来简算。所以

原式＝2.8×23.4＋2.8×65.4＋11.1×8×7.2

＝2.8×（23.4＋65.4）＋88.8× 7.2

＝2.8×88.8＋88.8×7.2

＝88.8×（2.8＋7.2）

＝88.8×10

＝888

**练习2：**计算下面各题：

1、99999×77778＋33333×66666

2、34.5×76.5－345×6.42－123×1.45

3、77×13＋255×999＋510

**【答案】1.9999900000 2.246 3.256256**

**【例题3】**计算（1993×1994－1）/（1993＋1992×1994）

**【思路导航】**仔细观察分子、分母中各数的特点，就会发现分子中1993×1994可变形为1992＋1）×1994=1992×1994＋1994，同时发现1994－1 = 1993，这样就可以把原式转化成分子与分母相同，从而简化运算。所以

原式＝【（1992＋1）×1994－1】/（1993＋1992×1994）

＝（1992×1994＋1994－1）/（1993＋1992×1994）

＝1

**练习3：**计算下面各题：

1、（362＋548×361）/（362×548－186）

2、（1988＋1989×1987）/（1988×1989－1）

3、（204＋584×1991）/（1992×584―380）―1/143

**【答案】1.1 2.1 3.**

**【例题4】**有一串数1，4，9，16，25，36…….它们是按一定的规律排列的，那么其中第2000个数与2001个数相差多少？

**【思路导航】**这串数中第2000个数是20002，而第2001个数是20012，它们相差：20012－20002，即

20012－20002

＝2001×2000－20002＋2001

＝2000×（2001－2000）＋2001

＝2000＋2001

＝4001

**练习4：**计算：

1、19912－19902 2、99992＋19999 3、999×274＋6274

**【答案】1.3981 2.100000000 3.280000**

**【例题5】**计算：（9又2/7＋7又2/9）÷（5/7＋5/9）

**【思路导航】**在本题中，被除数提取公因数65，除数提取公因数5，再把1/7与1/9的和作为一个数来参与运算，会使计算简便得多。

原式＝（65/7＋65/9）÷（5/7＋5/9）

＝【65×（1/7＋1/9）】÷【5×（1/7＋1/9）】

＝65÷5

＝13

**练习5：**

计算下面各题：

1、（8/9＋1又3/7＋6/11）÷（3/11＋5/7＋4/9）

2、（3又7/11＋1又12/13）÷（1又5/11＋10/13）

3、（96又63/73＋36又24/25）÷（32又21/73＋12又8/25）

**【答案】1.2 2.2.5 3.3**

第4讲 简便运算（三）

**一、知识要点**

在进行分数运算时，除了牢记运算定律、性质外，还要仔细审题，仔细观察运算符号和数字特点，合理地把参加运算的数拆开或者合并进行重新组合，使其变成符合运算定律的模式，以便于口算，从而简化运算。

**二、精讲精练**

**【例题1】**

计算：（1）×37 （2） 27×

（1）原式＝（1－）×37 （2） 原式＝（26+1）×

＝1×37－×37 ＝26×+

＝37－ ＝15+

＝36 ＝15

**练习1**

用简便方法计算下面各题：

1. ×8 2. ×126 3. 35×

4. 73× 5. ×1999

**【答案】1. 2. 3. 4. 5.**

**【例题2】**

计算：73×

原式＝（72+）×

＝72×+×

＝9+

＝9

**练习2**

计算下面各题：

1. 64× 2. 22×

3. ×57 4. 41×+51×

**【答案】1. 2. 3. 4.72**

**【例题3】**

计算：×27+×41

原式＝×9+×41

＝×（9+41）

＝×50

＝30

**练习3**

计算下面各题：

1. ×39+×27 2. ×35+×17 3. ×5+×5+×10

**【答案】1.30 2.20 3.5**

**【例题4】**

计算：×+×+×

原式＝×+×+×

＝（++）×

＝×

＝

**练习4**

计算下面各题：

1、 ×+× 2. ×+×+×

3、×79+50×+× 4. ×+×+×3

**【答案】1. 2. 3.50 4. **

**【例题5】**

计算：（1）166÷41 （2） 1998÷1998

解：（1）原式＝（164+2）÷41 （2）原式＝1998÷

＝164÷41+÷41 ＝1998÷

＝4+ ＝1998×

＝4 ＝

**练习5**

计算下面各题：

1、54÷17 2、238÷238 3、163÷41

**【答案】1. 2. 3.**

第5讲 简便运算（四）

**一、知识要点**

前面我们介绍了运用定律和性质以及数的特点进行巧算和简算的一些方法，下面再向同学们介绍怎样用拆分法（也叫裂项法、拆项法）进行分数的简便运算。

运用拆分法解题主要是使拆开后的一些分数互相抵消，达到简化运算的目的。一般地，形如的分数可以拆成－；形如的分数可以拆成×（－），形如的分数可以拆成+等等。同学们可以结合例题思考其中的规律。

**二、精讲精练**

**【例题1】**

计算：+++…..+

原式＝（1－）+（－）+（－）+…..+ （－）

＝1－+－+－+…..+ －

＝1－＝

**练习1**

计算下面各题：

1、+++…..+

2、+++ +

3、++++ +

4、1－+++

**【答案】1. 2. 3.  4.**

**【例题2】**

计算：+++…..+

原式＝（+++…..+ ）×

＝【（－）+（－）+（－）…..+ （－）】×

＝【－】×＝

**练习2**

计算下面各题：

1、+++…..+

2、+++…..+

3、+++…..+

4、++++

**【答案】1. 2. 3. 4.**

**【例题3】**

计算：1－+－+－

原式＝1－（+）+（+）－（+）+（+）－（+）

＝1－－++－－++－－

＝1－＝

**练习3**

计算下面各题：

1、1+－+－ 2、1－+－+

3、+++ + 4、6×－×6+ ×6

**【答案】1. 2. 3.1665 4.3**

**【例题4】**

计算：+++++

原式＝（++++++）－

＝1－＝

**练习4**

计算下面各题：

1、 +++………+

2、 ++++

3、 9.6+99.6+999.6+9999.6+99999.6

**【答案】1. 2. 3.111108**

**【例题5】**

计算：（1+++）×（+++）－（1++++）×（++）

设1+++＝a ++＝b

原式＝a×（b+）－（a+）×b

＝ab+a－ab－b

＝（a－b）＝

**练习5**

1、（+++）×（+++）－（++++）×（++）

2、（+++）×（+++）－（++++）×（++）

3、（1+++）×（+++）－（1++++）×（++）

**【答案】1. 2. 3.**

第6讲 转化单位“1”（一）

**一、知识要点**

把不同的数量当作单位“1”，得到的分率可以在一定的条件下转化。

如果甲是乙的a/b，乙是丙的c/d，则甲是丙的ac/bd；如果甲是乙的a/b，则乙是甲的b/a；如果甲的a/b等于乙的c/d，则甲是乙的c/d÷a/b＝bc/ad，乙是甲的a/b÷a/b＝ad/bc。

**二、精讲精练**

**【例题1】**乙数是甲数的2/3，丙数是乙数的4/5，丙数是甲数的几分之几？

2/3×4/5＝8/15

**练习1：**

1、乙数是甲数的3/4，丙数是乙数的3/5，丙数是甲数的几分之几？

2、一根管子，第一次截去全长的1/4，第二次截去余下的1/2，两次共截去全长的几分之几？

3、一个旅客从甲城坐火车到乙城，火车行了全程的一半时旅客睡着了。他醒来时，发现剩下的路程是他睡着前所行路程的1/4。想一想，剩下的路程是全程的几分之几？他睡着时火车行了全程的几分之几？

**【答案】1. ×= 2. +（1-）×= 3. ×= -=**

**【例题2】**修一条8000米的水渠，第一周修了全长的1/4，第二周修的相当于第一周的4/5，第二周修了多少米？

解一：8000×1/4×4/5＝1600（米）

解二：8000×（1/4×4/5）＝1600（米）

答：第二周修了1600米。

**练习2：**用两种方法解答下面各题：

1、一堆黄沙30吨，第一次用去总数的1/5，第二次用去的是第一次的1又1/4倍，第二次用去黄沙多少吨？

2、大象可活80年，马的寿命是大象的1/2，长颈鹿的寿命是马的7/8，长颈鹿可活多少年？

3、仓库里有化肥30吨，第一次取出总数的1/5，第二次取出余下的1/3，第二次取出多少吨？

**【答案】1.30××=7.5（吨） 2.80××=35（年）**

**3.（30-30×）×=8（吨）**

**【例题3】**晶晶三天看完一本书，第一天看了全书的1/4，第二天看了余下的2/5，第二天比第一天多看了15页，这本书共有多少页？

解： 15÷【（1－1/4）×2/5－ 1/4】＝300（页）

答：这本书有300页。

**练习3：**

1、有一批货物，第一天运了这批货物的1/4，第二天运的是第一天的3/5，还剩90吨没有运。这批货物有多少吨？

2、修路队在一条公路上施工。第一天修了这条公路的1/4，第二天修了余下的2/3，已知这两天共修路1200米，这条公路全长多少米？

3、加工一批零件，甲先加工了这批零件的2/5，接着乙加工了余下的4/9。已知乙加工的个数比甲少200个，这批零件共有多少个？

**【答案】1. 90÷（1--×）=150（吨）**

**2.1200÷[+（1-）×]=1600（米）**

**3.200÷[-（1-）×]=1500（个）**

**【例题4】**男生人数是女生人数的4/5，女生人数是男生人数的几分之几？

解：把女生人数看作单位“1”。 1÷4/5＝5/4

把男生人数看作单位“1”。 5÷4＝5/4

**练习4：**

1、停车场里有小汽车的辆数是大汽车的3/4，大汽车的辆数是小汽车的几分之几？

2、如果山羊的只数是绵羊的6/7，那么绵羊的只数是山羊的几分之几？

3、如果花布的单价是白布的1又3/5倍，则白布的单价是花布的几分之几？

**【答案】1.1÷= 2.1÷= 3.1÷=**

**【例题5】**甲数的1/3等于乙数的1/4，甲数是乙数的几分之几，乙数是甲数的几倍？

解： 1/4÷1/3＝3/4 1/3÷1/4＝1又1/3

答：甲数是乙数的3/4，乙数是甲数的1又1/3。

**练习5：**

1、甲数的3/4等于乙数的2/5，甲数是乙数的几分之几？乙数是甲数的几分之几？

2、甲数的1又2/3倍等于乙数的5/6，甲数是乙数的几分之几？乙数是甲乙两数和的几分之几？

3、甲数是丙数的3/4，乙数是丙数的2/5，甲数是乙数的几分之几？乙数是甲数的几分之几？（想一想：这题与第一题有什么不同？）

**【答案】1.÷= ÷= 2.÷= 1÷（1+）=**

**3.×= ×=**

# 第7讲 转化单位“1”（二）

**一、知识要点**

我们必须重视转化训练。通过转化训练，既可理解数量关系的实质，又可拓展我们的解题思路，提高我们的思维能力。

**二、精讲精练**

**【例题1】**甲数是乙数的2/3，乙数是丙数的3/4，甲、乙、丙的和是216，甲、乙、丙各是多少？

解法一：把丙数看所单位“1”那么甲数就是丙数的3/4×2/3＝1/2，

丙：216÷（1+3/4+3/4×2/3）＝96 乙：96×3/4＝72 甲：72×2/3＝48

解法二：可将“乙数是丙数的3/4”转化成“丙数是乙数的4/3”，把乙数看作单位“1”。 乙：216÷（2/3+1+4/3）＝72 甲：72×2/3＝48 丙：72÷3/4＝96

解法三：将条件“甲数是乙数的2/3”转化为“乙数是甲数的3/2”，再将条件“乙数是丙数的3/4”转化为“丙数是乙数的4/3”，以甲数为单位“1”。

甲：216÷（1+3/2+3/2×4/3）＝48 乙：48×3/2＝72 丙：72×4/3＝96

答：甲数是48，乙数是72，丙数是96。

**练习1：**下面各题怎样计算简便就怎样计算：

1、甲数是乙数的5/6，乙数是丙数的3/4，甲、乙、丙三个数的和是152，甲、乙、丙三个数各是多少？

2、橘子的千克数是苹果的2/3，香蕉的千克数是橘子的1/2，香蕉和苹果共有220千克，橘子有多少千克？

3、某中学的初中部三个年级中，初一的学生数是初二学生数的9/10，初二的学生数是初三学生数的1又1/4倍，这个学校里初三的学生数占初中部学生数的几分之几？

**【答案】1.甲=40乙=48丙=64 2.220÷（1+×）×=110（千克）**

**3.1÷÷（1++1÷）=**

**【例题2】**红、黄、蓝气球共有62只，其中红气球的3/5等于黄气球的2/3，蓝气球有24只，红气球和黄气球各有多少只？

解法一：将条件“红气球的3/5等于黄气球的2/3”转化为“黄气球的只数是红气球的（3/5÷2/3）＝9/10”。先求红气球的只数，再求出黄气球的只数。

红气球：（62－24）÷（1+3/5÷2/3）＝20（只） 黄气球：62－24－20＝18（只）

解法二：将条件“红气球的3/5等于黄气球的2/3”转化为“红气球的只数是黄气球的（2/3÷3/5）＝10/9”。先求黄气球的只数，再求出红气球的只数。

黄气球：（62－24）÷（1+2/3÷3/5）＝18（只） 红气球：62－24－18＝20（只）

答：红气球有20只，黄气球有18只。

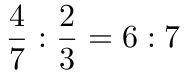
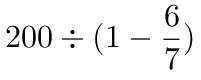
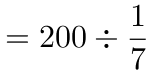
**练习2：**

1、甲数的2/3等于乙数的5/6，甲、乙两数的和是162，甲、乙两数各是多少？

2、今年8月份，甲所得的奖金比乙少200元，甲得的奖金的2/3正好是乙得奖金的4/7，甲、乙两人各得奖金多少元？

3、商店运来香蕉、苹果和梨子共900千克，香蕉重量的1/4等于苹果重量的1/3，梨子的重量是200千克。香蕉和苹果各多少千克？

**答案**

2、解:甲乙获得的奖金比是   
  
  
1614a6fce5651c1(元)   
161cecd0e116e6f(元)   
答:甲获得了1200元,乙获得了1400元.

3、依据题意把苹果看作单位“1”

900÷(154688c30f192ac+1)

=900×154676eee31c6a0

=270(千克)

900-270=630(千克)

答：香蕉重630千克，苹果种270千克.

**【例题3】**已知甲校学生数是乙校学生数的2/5，甲校的女生数是甲校学生数的3/10，乙校的男生数是乙校学生数的21/50，那么两校女生总数占两校学生总数的几分之几？

解法一：把乙校学生数看作单位“1”。【2/5×3/10+（1－21/50）】÷（1+2/5）＝1/2

解法二：把甲校学生数看作单位“1”。 （5/2－5/2×2150+3/10）÷（1+5/2）＝1/2

答：甲、乙两校女生总数占两校学生总数的1/2。

**练习3：**

1、在一座城市中，中学生数是居民的1/5，大学生是中学生数的1/4，那么占大学生总数的2/5的理工科大学生是居民数的几分之几？

2、某人在一次选举中，需3/4的选票才能当选，计算2/3的选票后，他得到的选票已达到当选票数的5/6，他还要得到剩下选票的几分之几才能当选？

3、某校有3/5的学生是男生，男生的1/20想当医生，全校想当医生的学生的3/4是男生，那么全校女生的几分之几想当医生？

**答案：1、**解：

 1/5 ×  1/4 ×  2/5 ＝  1/50 .

故答案为：1/50 根据题意弄清分率是关键.

2、解：

 3/4 ×(1—  5/6 )÷(1—  2/3 )＝  3/8故答案为： 3/8

3、解：

   ( 3/5× 1/20÷ 3/4－ 3/5× 1/20) ÷(1－ 3/5)

＝( 1/25- 3/100 )÷ 2/5

＝ 1/100÷ 2/5

＝ 1/40

答：全校女生的 1/40想当医生.         故答案为： 1/40

**【例题4】**仓库里的大米和面粉共有2000袋。大米运走2/5，面粉运作1/10后，仓库里剩下大米和面粉正好相等。原来大米和面粉各有多少袋？

解法一：将大米的袋数看作单位“1”

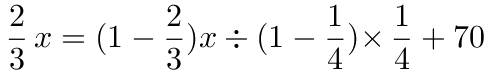
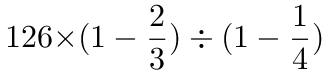
（1－2/5）÷（1－1/10）＝2/3 2000÷（1+2/3）＝1200（袋） 2000－1200＝800（袋）

解法二：将面粉的袋数看作单位“1”

（1－1/10）÷（1－2/5）＝3/2 2000÷（1+3/2）＝800（袋） 2000－800＝1200（袋）

答：大米原有1200袋，面粉原有800袋。

**练习4：**

1、甲、乙两人各准备加工零件若干个，当甲完成自己的2/3、乙完成自己的1/4时，两人所剩零件数量相等，已知甲比乙多做了70个，甲、乙两人各准备加工多少个零件？解:设甲准备加工x个零件,   
  
 1618bc5b4f962aa,   
  
1614a685dee9220(个)   
答:甲准备加工126个零件,乙准备加工56个零件.

2、一批水果四天卖完。第一天卖出180千克，第二天卖出余下的2/7，第三、四天共卖出这批水果的一半，这批水果有多少千克？解：设这批水果共有x千克，  
180+(x-180)× 2/7= 1/2x，  
180+ 2/7x-180× 2/7= 1/2x，

180-180× 2/7= 1/2x- 2/7x，  
 900/7= 3/14x，  
 900/7÷ 3/14= 3/14x÷ 3/14

x=600；答：这批水果有600千克.故答案为：600千克

3、甲、乙两人合打一篇书稿，共有10500字。如果甲增加他的任务的20％，乙减少他的任务的20％，那么甲打的字数就是乙的2倍，问两人原来的任务各是多少？

甲打字：6000×（1+20%）=7200   
乙打字：4500×（1-20%）=3600

**【例题5】**400名学生参加植树活动，计划每个男生植树20棵，每个女生植树15棵。除抽出25％的男生搞卫生外，其他的同学都按计划完成了植树任务。问共植树多少棵？

解： 20×（1－25％）×400

＝20×0.75×400

＝6000（棵）

答：共植树6000棵。

**练习5：**

1、有一块菜地和一块麦地，菜地的一半和麦地的1/3放在一起是13公顷，麦地的一半和菜地的1/3放在一起是12公顷，那么，菜地有多少公顷？解：设菜地有x公顷，麦地有(13－1/2*x*)÷1/3 公顷，由题意列方程得：

1/3x+1/2(1/3－1/2x)÷1/3=12

        1/3x+39/2－3/4x=12   
                          x=18

答：菜地有18公顷.

2、师徒两人加工同样多的零件，师傅要10分钟，徒弟要18分钟。两人共同加工零件168个，如果要在相同的时间内完成，两人各应加工零件多少个？

总量相同,则时间和效率成反比,  
已知,加工同样多的零件,师傅和徒弟所需时间比为14f43b85722805c,  
可得:师傅和徒弟的效率比为9:5;  
因为时间相同,总量和效率成正比,  
可得:在相同的时间内,师傅和徒弟加工零件数之比为9:5;  
所以师傅应该加工14f43b857411d66个零件  
徒弟应该加工14d5102652b11bb个零件.

3、有5元和2元的人民币若干张，其金额之比为15：4。如果5元人民币减少6张，则两种人民币的张数相等。求原来两种人民币的张数各是多少？解:设5元人民币x张,则2元的人民币就是1614dfce1222c6c张,得:  
161ae7385949ae2  
           1614a7c3b1a3641  
1614a6f2d80d7d2(张)  
答:5元人民币18张,2元的人民币12张.

# 第8讲 转化单位“1”（三）

**一、知识要点**

解答较复杂的分数应用题时，我们往往从题目中找出不变的量，把不变的量看作单位“1”，将已知条件进行转化，找出所求数量相当于单位“1”的几分之几，再列式解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**有两筐梨。乙筐是甲筐的3/5，从甲筐取出5千克梨放入乙筐后，乙筐的梨是甲筐的7/9。甲、乙两筐梨共重多少千克？

解：5÷（5/（5+3）－9/（7+9））＝80（千克）

答：甲、乙两筐梨共重80千克。

**练习1：**

1、某小学低年级原有少先队员是非少先队员的1/3，后来又有39名同学加入少先队组织。这样，少先队员的人数是非少先队员的7/8。低年级有学生多少人？

解：39÷(7/ 7+8－1/ 1+3)

=39÷(7/15－1/4)

=39÷13/60

=39×60/13

=180(名)

答：低年级有学生180名.

2、王师傅生产一批零件，不合格产品是合格产品的1/19，后来从合格产品中又发现了2个不合格产品，这时算出产品的合格率是94％。合格产品共有多少个？

解：设原来不合格产品的数量为x，那么原来合格的产品数量为19x.

                      19*x*-2/19*x*+*x*×100%=94%

                                                x=10

那么合格产品共有19x－2=19×10－2=188（个）

答：合格产品共有188个.

3、某校六年级上学期男生占总人数的54％，本学期转进3名女生，转走3名男生，这时女生占总人数的48％。现在有男生多少人？

设原来总人数为x人,则男生为0.54x人,女生为0.46x人  
由于转走的人数和转进的人数一样多,那么现在班级的总人数也为x人.  
根据题意列出方程150a32464308421,  
解得14d0821ec7cca35人.  
则现在的女生人数为14e95bbaf00b90a人.

**【例题2】**某学校原有长跳绳的根数占长、短跳绳总数的3/8。后来又买进20根长跳绳，这时长跳绳的根数占长、短跳绳总数的7/12。这个学校现有长、短跳绳的总数是多少根？

解法一：根据短跳绳的根数没有变，我们把短跳绳看作单位“1”。可以得出原来的长跳绳根数占短跳绳根数的3/（8-3），后来长跳绳是短跳绳的7/（12-7）。这样就找到了20根长跳绳相当于短跳绳的（7/（12-7）－3/（8-3）），从而求出短跳绳的根数。再用短跳绳的根数除以（1－7/12）就可以求出这个学校现有跳绳的总数。即

20÷【7/（12-7）－3/（8-3）】÷（1－7/12）＝60（根）

解法二：把短跳绳看作单位“1”，原来的总数是短跳绳的8/（8-3），后来的总数是短跳绳的12/（12-7）。所以 20÷（12/（12-7）－8/（8-3））÷（1－7/12）＝60（根）

答：这个学校现有长、短跳绳的总数是60根。

**练习2：**

1、阅览室看书的同学中，女同学占3/5，从阅览室走出5位女同学后，看数的同学中，女同学占4/7，原来阅览室一共有多少名同学在看书？

解：

 3/（5－3）－ 4/（7－4）= 1/6

5÷ 1/6=30(名)

30÷（ 5－3）/5=75(名)答：原来阅览室一共有75名同学在看书.

2、一堆什锦糖，其中奶糖占45％，再放入16千克其他糖后，奶糖只占25％，这堆糖中有奶糖多少千克？

 解：16÷(1÷25%-1÷45%) =9（千克）

3、数学课外兴趣小组，上学期男生占5/9，这学期增加21名女生后，男生就只占2/5了，这个小组现有女生多少人？

设兴趣小组共有x人， 5/9x=（x+21）×2/5 x=54

**54×（1-5/9）+21=45（人）**

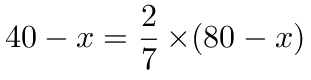
**【例题3】**有两段布，一段布长40米，另一段长30米，把两段布都用去同样长的一部分后，发现短的一段布剩下的长度是长的一段布所剩长度的3/5，每段布用去多少米？

解： 40－（40－30）÷（1－3/5）＝15（米）

答：每段布用去15米。

**练习3：**

1、有两根塑料绳，一根长80米，另一根长40米，如果从两根上各剪去同样长的一段后，短绳剩下的长度是长绳剩下的2/7，两根绳各剪去多少米？

解:设剪掉的长度为x,由题意得:  
   
     1614a68b13da225.  
答:两根绳各剪去24米.

2、今年父亲40岁，儿子12岁，当儿子的年龄是父亲的5/12时，儿子多少岁？

解：（30－2)÷(1－ 5/12)－(30－2)= 20(岁)

3、仓库里原来存大米和面粉袋数相等，运出800袋大米和500袋面粉后，仓库里所剩的大米袋数时面粉的3/4，仓库里原有大米和面粉各多少袋？

解：把剩下的面粉数看作是单位“1”,剩下的大米数就是14cf9f326b6e228，剩下的面粉是：(150a3d50ab38ed5(袋)仓库里原有大米和面粉各：150a3d50a51d025(袋)

4、甲、乙、丙、丁四个筑路队共筑1200米长的一段公路，甲队筑的路时其他三个队的1/2，乙队筑的路时其他三个队的1/3，丙队筑的路时其他三个队的1/4，丁队筑了多少米？

甲队筑的路时其他三个队的14cf98af846b164,那么甲：(乙+丙+丁)=1:2,  
即甲占了全部的14e61b31d90e8db  
同理可得,乙占了14cf98d6ffc8182,丙占了14cf98f252df633,那么  
丁占了14d4b30acb98d7d  
即150b2b2adf7ae66米.

**【例题4】**某商店原有黑白、彩色电视机共630台，其中黑白电视机占1/5，后来又运进一些黑白电视机。这时黑白电视机占两种电视机总台数的30％，问：又运进黑白电视机多少台？

解： 630×（1－1/5）÷（1－30％）－630＝90（台）

答：又运进黑白电视机90台。

**练习4：**

1. 书店运来科技书和文艺书共240包，科技书占1/6。后来又运来一批科技书，这时科技书占两种书总和的3/11，现在两种书各有多少包？

解：文艺书包数：240-240× 16=200(包)；科技书包数：200÷(1- 311)-200＝75(包)；

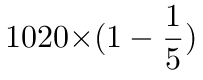
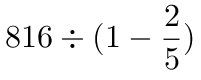
1. 某市派出60名选手参加田径比赛，其中女选手占1/4，正式比赛时，有几名女选手因故缺席，这样女选手人数占参赛选手总数的2/11。问：正式参赛的女选手有多少人？

男选手人数不变，为：60×(1—1/4 )＝45(人)，则女选手人数为：45÷(1— 2/11 )—45＝10(人).

3、把12千克的盐溶解于120千克水中，得到132千克盐水，如果要使盐水中含盐8％，要往盐水中加盐还是加水？加多少千克？

解:161a0545a9accaa  
16195537e4d8f72,需要加水,  
161a0545b486913  
161a0545ba76d10  
1614a5cf9faa0ec(千克)  
答:需要加水,加水18千克.;

4、东风水果店上午运进梨和苹果共1020千克，其中梨占水果总数的1/5；下午又运进梨若干千克，这时梨占两种水果总数的2/5，下午运进梨多少千克？

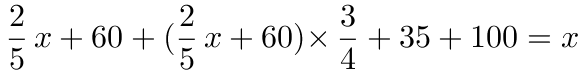
解:苹果的量为:   
  
1614a89f65b8a1e(千克)   
下午又运进若干千克梨后水果总量:   
  
1618bc684b3dd90(千克)   
161d8f15882c001(千克)   
答:下午运进梨340千克.

**【例题5】**一堆煤，运走的比总数的2/5多120吨，剩下的比运走的5/6多60吨，这堆煤原有多少吨？

解： （120+120×5/6+60）÷（1―2/5―2/5×5/6）＝1050（吨）

答：这堆煤原有1050吨。

**练习5：**

1、修一条路，第一天修了全长的2/5多60米，第二天修的长度比第一天的3/4多35米，还剩100米没有修，这条路全长多少米？解:设全长是x米,  
  
                     1614e287524fd09  
答:这条公路全长是800米.

2、修一条路，第一天修了全长的2/5多60米，第二天修的长度比第一天的3/4少35米，这两天共修路420米，这条路全长多少米？设这条路全长x米，根据题意得

15465f16c26075b×（15465f9b5065bfex＋60）－35＋15465f9b5065bfex＋60＝420

        x＝500

                答：   这条路全长500米

3、某工程队修筑一条公路，第一天修了全长的2/5，第二天修了剩下部分的5/9又20米，第三天修的是第一天的1/4又30米，这样，正好修完，这段公路全长多少米？

（1-2/5）×5/9=1/3

2/5×1/4=1/10

（20+30）÷（1-2/5-1/3-1/10）=300（米）第9讲 设数法解题

**一、知识要点**

在小学数学竞赛中，常常会遇到一些看起来缺少条件的题目，按常规解法似乎无解，但仔细分析就会发现，题目中缺少的条件对于答案并无影响，这时就可以采用“设数代入法”，即对题目中“缺少”的条件，随便假设一个数代入（当然假设的这个数要尽量的方便计算），然后求出解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**如果△△＝□□□，△☆＝□□□□，那么☆☆□＝（ ）个△。

解： 由第一个等式可以设△＝3，□＝2，代入第二式得☆＝5，再代入第三式左边是12，所以右边括号内应填4。

说明：本题如果不用设数代入法，直接用图形互相代换，显然要多费周折。

**练习1：**

1、已知△＝○○□□，△○＝□□，☆＝□□□，问△□☆＝（ ）个○。

2、五个人比较身高，甲比乙高3厘米，乙比丙矮7厘米，丙比丁高10厘米，丁比戊矮5厘米，甲与戊谁高，高几厘米？

3、甲、乙、丙三个仓库原有同样多的货，从甲仓库运60吨到乙仓库，从乙仓库运45吨到丙仓库，从丙仓库运55吨到甲仓库，这时三个仓库的货哪个最多？哪个最少？最多的比最少的多多少吨？

**【答案】1.8 2.101厘米 3.乙仓库最多，丙仓库最少。115-90=25（吨）**

**【例题2】**足球门票15元一张，降价后观众增加一倍，收入增加1/5，问一张门票降价多少元？

**【思路导航】**初看似乎缺少观众人数这个条件，实际上观众人数于答案无关，我们可以随便假设一个观众数。为了方便，假设原来只有一个观众，收入为15元，那么降价后有两个观众，收入为15×（1+1/5）＝18元，则降价后每张票价为18÷2＝9元，每张票降价15－9＝6元。即：

15－15×（1+1/5）÷2＝6（元）

答：每张票降价6元。

说明：如果设原来有a名观众，则每张票降价：

15－15a×（1+1/5）÷2a＝6（元）

**练习2：**

1、某班一次考试，平均分为70分，其中3/4及格，及格的同学平均分为80分，那么不及格的同学平均分是多少分？

2、游泳池里参加游泳的学生中，小学生占30％，又来了一批学生后，学生总数增加了20％，小学生占学生总数的40％，小学生增加百分之几？

3、五年级三个班的人数相等。一班的男生人数和二班的女生人数相等，三班的男生是全部男生的2/5，全部女生人数占全年级人数的几分之几？

**【答案】1.40 2.60% 3.**

**【例题3】**小王在一个小山坡来回运动。先从山下跑上山，每分钟跑200米，再从原路下山，每分钟跑240米，又从原路上山，每分钟跑150米，再从原路下山，每分钟跑200米，求小王的平均速度。

**【思路导航】**题中四个速度的最小公倍数是1200，设一个单程是1200米。则

（1）四个单程的和：1200×4＝4800（米）

（2）四个单程的时间分别是；

1200÷200＝6（分）

1200÷240＝5（分）

1200÷150＝8（分）

1200÷200＝6（分）

（3）小王的平均速度为：

4800÷（6+5+8+6）＝192（米）

答：小王的平均速度是每分钟192米。

**练习3：**

1、小华上山的速度是每小时3千米，下山的速度是每小时6千米，求上山后又沿原路下山的平均速度。

2、张师傅骑自行车往返A、B两地。去时每小时行15千米，返回时因逆风，每小时只行10千米，张师傅往返途中的平均速度是每小时多少千米？

3、小王骑摩托车往返A、B两地。平均速度为每小时48千米，如果他去时每小时行42千米，那么他返回时的平均速度是每小时行多少千米？

**【答案】1.4千米/时 2.12千米/时 3.56千米/时**

**【例题4】**某幼儿园中班的小朋友平均身高115厘米，其中男孩比女孩多1/5，女孩平均身高比男孩高10％，这个班男孩平均身高是多少？

**【思路导航】**题中没有男、女孩的人数，我们可以假设女孩有5人，则男孩有6人。

（1）总身高：115×【5+5×（1+1/5）】＝1265（厘米）

（2）由于女孩平均身高是男孩的（1+10％），所以5个女孩的身高相当于5×（1+10％）＝5.5个男孩的身高，因此男孩的平均身高为：

1265÷【（1+10％）×5+6】＝110（厘米）

答：这个班男孩平均身高是110厘米。

**练习4：**

1、某班男生人数是女生的2/3，男生平均身高为138厘米，全班平均身高为132厘米。问：女生平均身高是多少厘米？

2、某班男生人数是女生的4/5，女生的平均身高比男生高15％，全班的平均身高是130厘米，求男、女生的平均身高各是多少？

3、一个长方形每边增加10％，那么它的周长增加百分之几？它的面积增加百分之几？

**【答案】1. 128厘米 2.男生：120厘米 女生：138厘米 3.10% 21%**

**【例题5】**狗跑5步的时间马跑3步，马跑4步的距离狗跑7步，现在狗已跑出30米，马开始追它。问狗再跑多远，马可以追到它？

**【思路导航】**马跑一步的距离不知道，跑3步的时间也不知道，可取具体数值，并不影响解题结果。

设马跑一步为7，则狗跑一步为4，再设马跑3步的时间为1，则狗跑5步的时间为1，推知狗的速度为20，马的速度为21。那么，

20×【30÷（21－20）】＝600（米）

**练习5：**

1、猎狗前面26步远的地方有一野兔，猎狗追之。兔跑8步的时间狗只跑5步，但兔跑9步的距离仅等于狗跑4步的距离。问兔跑几步后，被狗抓获？

2、猎人带猎狗去捕猎，发现兔子刚跑出40米，猎狗去追兔子。已知猎狗跑2步的时间兔子跑3步，猎狗跑4步的距离与兔子跑7步的距离相等，求兔再跑多远，猎狗可以追到它？

3、狗和兔同时从A地跑向B地，狗跑3步的距离等于兔跑5步的距离，而狗跑2步的时间等于兔跑3步的时间，狗跑600步到达B地，这时兔还要跑多少步才能到达B地？

**【答案】1.144步 2.240米 3.100步**

# 第10讲 假设法解题（一）

**一、知识要点**

假设法解体的思考方法是先通过假设来改变题目的条件，然后再和已知条件配合推算。有些题目用假设法思考，能找到巧妙的解答思路。

运用假设法时，可以假设数量增加或减少，从而与已知条件产生联系；也可以假设某个量的分率与另一个量的分率一样，再根据乘法分配律求出这个分率对应的和，最后依据它与实际条件的矛盾求解。

**二、精讲精练**

**【例题1】**

甲、乙两数之和是185，已知甲数的1/4与乙数的1/5的和是42，求两数各是多少？

**【思路导航】**假设将题中“甲数的1/4”、“乙数的1/5”与“和为42”同时扩大4倍，则变成了“甲数与乙数的4/5的和为168”，再用185减去168就是乙数的1/5。

解： 乙：（185－42×4）÷（1－1/5×4）＝85

答：甲数是100，乙数是85。

**练习1：**

1、甲、乙两人共有钱150元，甲的1/2与乙的1/10的钱数和是35元，求甲、乙两人各有多少元钱？

2、甲、乙两个消防队共有338人。抽调甲队人数的1/7，乙队人数的1/3，共抽调78人，甲、乙两个消防队原来各有多少人？

3、海洋化肥厂计划第二季度生产一批化肥，已知四月份完成总数的1/3多50吨，五月份完成总数的2/5少70吨，还有420吨没完成，第二季度原计划生产多少吨？

**【答案】1.甲有50元，乙有100元 2.甲有182人，乙有156人 3.1500吨**

**【例题2】**

彩色电视机和黑白电视机共250台。如果彩色电视机卖出1/9，则比黑白电视机多5台。问：两种电视机原来各有多少台？

**【思路导航】**从图中可以看出：假设黑白电视机增加5台，就和彩色电视机卖出1/9后剩下的一样多。

黑白电视机增加5台后，相当于彩色电视机的（1－1/9）＝ 8/9。

（250+5）÷（1+1－1/9）＝135（台）

250－125＝115（台）

答：彩色电视机原有135台，黑白电视机原有115台。

**练习2：**

1、姐妹俩养兔120只，如果姐姐卖掉1/7，还比妹妹多10只，姐姐和妹妹各养了多少只兔？

2、学校有篮球和足球共21个，篮球借出1/3后，比足球少1个，原来篮球和足球各有多少个？

3、小明甲养的鸡和鸭共有100只，如果将鸡卖掉1/20，还比鸭多17只，小明家原来养的鸡和鸭各有多少只？

**【答案】1.姐姐70只，妹妹50只。2.篮球12个，足球9个。**

**3.鸡：60只 鸭：40只**

**【例题3】**师傅与徒弟两人共加工零件105个，已知师傅加工零件个数的3/8与徒弟加工零件个数的4/7的和为49个，师、徒各加工零件多少个？

**【思路导航】**假设师、徒两人都完成了4/7，一个能完成（105×4/7）＝60个，和实际相差（60－49）＝11个，这11个就是师傅完成将零件的3/8与完成加工零件的4/7相差的个数。这样就可以求出师傅加工了【11÷（4/7－3/8）】＝56个。即：

师傅：（105×4/7－49）÷（4/7－3/8）＝56（个）

徒弟：105－56＝49（个）

答：师傅加工了56个，徒弟加工了49个。

**练习3：**

1、某商店有彩色电视机和黑白电视机共136台，卖出彩色电视机的2/5和黑白电视机的3/7，共卖出57台。问：原来彩色电视机和黑白电视机各有多少台？

2、甲、乙两个消防队共有336人，抽调甲队人数的5/7、乙队人数的3/7，共抽调188人参加灭火。问：甲、乙两个消防队原来各有多少人？

3、学校买来足球和排球共64个，从中借出排球个数的1/4和足球个数的1/3后，还剩下46个，买来排球和足球各是多少个？

**【答案】1.彩色电视机45台，黑白电视机91台**

**2.甲消防队154人，乙消防队182人。**

**3.排球40个，足球24个。**

**【例题4】**甲、乙两数的和是300，甲数的2/5比乙数的1/4多55，甲、乙两数各是多少？

**【思路导航】**甲数的2/5与乙数的2/5的和就是甲、乙两数的2/5，是300×2/5＝120，因为甲数的2/5比乙数的1/4多55，所以从120中减去55所得的差就可以看成是乙数的1/4与乙数的2/5的和。

乙：（300×2/5－55）÷（2/5+1/4）＝100

甲：300－100＝200

答：甲数是200，乙数是100。

**练习4：**

1、畜牧场有绵羊、山羊共800只，山羊的2/5比绵羊的1/2多50只，这个畜牧场有山羊、绵羊各多少只？

2、师傅和徒弟共加工零件840个，师傅加工零件的个数的5/8比徒弟加工零件个数的2/3多60个，师傅和徒弟各加工零件多少个？

3、某校六年级甲、乙两个班共种100棵树，乙班种的1/10比甲班种的1/3少16棵，两个班各种多少棵？

**【答案】1.山羊500只，绵羊300只。**

**2.师傅加工零件480个，徒弟加工零件360个。**

**3.甲班种了60棵，乙班种了40棵。**

**【例题5】**育红小学上学期共有学生750人，本学期男学生增加1/6，女学生减少1/5，共有710人，本学期男、女学生各有多少人？

**【思路导航】**假设本学期女学生不是减少1/5，而是增加1/6，半学期应该有750×（1+1/6）＝875人，比实际多875－710＝165人，这165人是假设女学生也增加1/6多出的人数，而实际女学生减少1/5，所以，这165人对应着女学生的（1/5+1/6）＝11/30。

上学期女生：【750×（1+1/6）－710】÷（1/5+1/6）＝450（人）

本学期女生：450×（1－1/5）＝360（人）

本学期男生：710－360＝350（人）

答：本学期男学生有350人，女学生有360人。

**练习5：**

1、金放在水里称，重量减轻1/19，银放在水里称，重量减少1/10，一块重770克的金银合金，放在水里称是720克，这块合金含金、银各多少克？

2、某中学去年共招新生475人，今年共招新生640人，其中初中招的新生比去年增加48％，高中招的新生比去年增加20％，今年初、高中各招收新生多少人？

3、袋子里原有红球和黄球共119个。将红球增加3/8，黄球减少2/5后，红球与黄球的总数变为121个。原来袋子里有红球和黄球各多少个？

**【答案】1.合金含金570克，含银200克**

**2.初中招收新生370名，高中招收新生270名。**

**3.红球64个，黄球55个。**

# 第11讲 假设法解题（二）

**一、知识要点**

已知甲是乙的几分之几，又知甲与乙各改变一定的数量后两者之间新的倍数关系，要求甲、乙两个数是多少，这样的应用题称为变倍问题。

应用题中的变倍问题，有两数同增、两数同减、一增一减等各种情况。虽然其中的数量关系比较复杂，但解答时的关键仍是确定哪个量为单位“1”，然后通过假设，找出变化前后的相差数相当于单位“1”的几分之几，从而求出单位“1”的量，其他要求的量就迎刃而解了。

**二、精讲精练**

**【例题1】**两根铁丝，第一根长度是第二根的3倍，两根各用去6米，第一根剩下的长度是第二根剩下的长度的5倍，第二根原来有多少米？

**【思路导航】**假设第一根用去6×3＝18米，那么第一根剩下的长度仍是第二根剩下长度的3倍，而事实上第一根比假设的少用去（6×3－6）＝12米，也就多剩下第二根剩下的长度的（5－3）＝2倍。

（6×3－3）÷（5－3）+6＝12（米）

答：第二根原来有12米。

**练习1：**

1、丁晓原有书的本数是王阳的5倍，若两人同时各借出5本给其他同学，则丁晓书的本数是王阳的10倍，两人原来各有书多少本？

2、在植树劳动中，光明中学植树的棵数是光明小学的3倍，如果中学增加450棵，小学增加400棵，则中学是小学的2倍。求中、小学原来各植树多少棵？

3、两堆煤，第一堆是第二堆的2倍，第一堆用去8吨，第二堆用去11吨，第一堆剩下的重量是第二堆的4倍。求第二堆煤原来是多少吨？

**【答案】1.丁晓有45本书，王阳有9本书。**

**2.中学原来植树1050棵，小学原来植树350棵。**

**3.18吨**

**【例题2】**王明平时积蓄下来的零花钱比陈刚的3倍多6.40元，若两个人各买了一本4.40元的故事书后，王明的钱就是陈刚的8倍，陈刚原来有零花钱多少元？

**【思路导航】**假设仍然保持王明的钱比陈刚的3倍多6.40元，则王明要相应地花去4.40×3 ＝13.20元，但王明只花去了4.40元，比13.20元少13.20－4.40＝8.80元，那么王明买书后的钱比陈刚买书后的钱的3倍多6.40+8.80＝15.20元，而题中已告诉：买书后王明的钱是陈刚的8倍，所以，15.20元就对应着陈刚花钱后剩下钱的8－3＝5倍。

【6.40+（4.40×3－4.40】÷（8－3）+4.40＝7.44（元）

答：陈刚原来有零花钱7.44元。

**练习2：**

1、甲书架上的书比乙书架上的3倍多50本，若甲、乙两个书架上各增加150本，则甲书架上的书是乙书架上的2倍，甲、乙两个书架原来各有多少本书？

2、上学年，马村中学的学生比牛庄小学的学生的2倍多54人，本学年马村中学增加了20人，牛庄小学减少了8人，则马村中学的学生比牛庄小学的学生的4倍少26人，上学年马村中学和牛庄小学各有学生多少人？

3、箱子里有红、白两种玻璃球，红球比白球的3倍多2粒，每次从箱子里取出7粒白球和15粒红球，若干次后，箱子里剩下3粒白球和53粒红球，那么，箱子里白球原有多少粒？

**【答案】1.甲书架上原来有350本书，乙书架上原来有100本书。**

**2.马村中学有186人，牛庄小学有66人。**

**3.白球原有52个。**

**【例题3】**小红的彩笔枝数是小刚的1/2，两人各买5枝后，小红的彩笔枝数是小刚的2/3，两人原来各有彩笔多少枝？

**【思路导航】**假设小刚买了5枝后，小红的彩笔仍为小刚的1/2，则小红只需买（5×1/2）＝2又1/2枝，但实际上小红买了5枝，多买了5－2又1/2＝2又1/2 枝。将小刚买了5枝后的枝数看作“1”，小红多买了2又1/2 ，相当于（2/3－1/2）＝1/6。

小刚原来：（5－5×1/2）÷（2/3－1/2）－5＝10（枝）

小红原来：10×1/2＝5（枝）

答：小刚原来有彩笔10枝，小红原来有彩笔5枝。

**练习3：**

1、小华今年的年龄是爸爸年龄的1/6，四年后小华的年龄是爸爸的1/4，求小华和爸爸今年的年龄各是多少岁？

2、小红今年的年龄是妈妈的3/8，10年后小红的年龄是妈妈的1/2，小红今年多少岁？

3、甲书架上的书是乙书架上的5/7，甲、乙两个书架上各增加90本后，甲书架上的书是乙书架上的4/5，甲、乙两各书架原来各有多少本书？

**【答案】1.小华6岁，爸爸36岁。**

**2.小红15岁，妈妈40岁。**

**3.甲书架原有书150本，乙书架原有书210本。**

**【例题4】**王芳原有的图书本数是李卫的4/5，两人各捐给“希望工程”10本后，则王芳的图书的本数是李卫的7/10，两人原来各有图书多少本？

**【思路导航】**假设李卫捐了10本后，王芳的图书仍是李卫的4/5，则王芳只需捐10×4/5＝8本，实际王芳捐了10本，多捐了10－8＝2本，将李卫捐书后剩下的图书看作“1”，着2本书相当于4/5－7/10＝1/10。

（10－10×4/5）÷(4/5－710)=30(本)

30×4/5＝24（本）

答：李卫原有图书30本，王芳原有图书24本。

**练习4：**

1、甲书架上的书是乙书架上的4/5，从这两个书架上各借出112本后，甲书架上的书是乙书架上的4/7，原来甲、乙两个书架上各有多少本书？

2、小明今年的年龄是爸爸的6/11，10年前小明的年龄是爸爸的4/9，小明和爸爸今年各多少岁？

3、甲车间的工人是乙车间的1/4，从甲、乙两个车间各抽出30人后，甲车间的工人只占乙车间的1/6，甲、乙两个车间原来各有多少名工人？

**【答案】1.甲书架原有书320本，乙书架原有书400本。**

**2.小明30岁，爸爸55岁。**

**3.甲车间75人，乙车间300人。**

**【例题5】**某校六年级男生人数是女生的23，后来转进2名男生，转走3名女生，这时男生人数是女生的3/4，现在男、女生各有多少人？

**【思路导航】**假设转走3名女生后，男生人数仍是女生的2/3，则男生应转走3×2/3＝2人，实际上男生却转进2人，与应转走2人相差2+2＝4人。将转走3名女生后的女生人数看作“1”，则相差的4人相当于现在女生的3/4－2/3。

（2+3×2/3）÷（3/4－2/3）＝48（人）

48×3/4＝36（人）

答：现在男生有36人，女生有48人。

**练习5：**

1、甲车间的工人是乙车间的2/5，后来甲车间增加20人，乙车间减少35人，这样甲车间的人数是乙车间的7/9，现在甲、乙两个车间各有多少人？

2、有一堆棋子，黑子是白子的2/3，现在取走12粒黑子，添上18粒白子后，黑子是白子的5/12，现在白子、黑子各有多少粒？

3、爱华小学和曙光小学的同学参加小学数学竞赛，去年的比赛中，爱华小学得一等奖的人数是曙光小学的2.5倍。今年的比赛中，爱华小学得一等奖的人数减少了1人，曙光小学增加了6人，这时曙光小学得一等奖的人数是爱华小学的2倍。两校去年的一等奖的同学各有多少人？

**【答案】1.甲车间70人，乙车间90人。**

**2.白子96颗，黑子40颗。**

**3.曙光小学2人，爱华小学5人。**

# 第12讲 倒推法解题

**一、知识要点**

有些应用题如果按照一般方法，顺着题目的条件一步一步地列出算式求解，过程比较繁琐。所以，解题时，我们可以从最后的结果出发，运用加与减、乘与除之间的互逆关系，从后到前一步一步地推算，这种思考问题的方法叫倒推法。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一本文艺书，小明第一天看了全书的1/3，第二天看了余下的3/5，还剩下48页，这本书共有多少页？

**【思路导航】**从“剩下48页”入手倒着往前推，它占余下的1－3/5＝2/5。第一天看后还剩下48÷2/5＝120页，这120页占全书的1－1/3＝2/3，这本书共有120÷2/3＝180页。即

48÷（1－3/5）÷（1－1/3）＝180（页）

答：这本书共有180页。

**练习1：**

１、某班少先队员参加劳动，其中3/7的人打扫礼堂，剩下队员中的5/8打扫操场，还剩12人打扫教室，这个班共有多少名少先队员？

２、一辆汽车从甲地出发，第一天走了全程的3/8，第二天走了余下的2/3，第三天走了250千米到达乙地。甲、乙两地间的路程是多少千米？

３、把一堆苹果分给四个人，甲拿走了其中的1/6，乙拿走了余下的2/5，丙拿走这时所剩的3/4，丁拿走最后剩下的15个，这堆苹果共有多少个？

**【答案】1.共有56名少先队员。**

**2.甲乙两地的路程是1200千米。**

**3.这堆苹果共有120个。**

**【例题2】**筑路队修一段路，第一天修了全长的1/5又100米，第二天修了余下的2/7 ，还剩500米，这段公路全长多少米？

**【思路导航】**从“还剩500米”入手倒着往前推，它占余下的1－2/7＝5/7，第一天修后还剩500÷5/7＝700米，如果第一天正好修全长的1/5，还余下700+100＝800米，这800米占全长的1－1/5＝4/5，这段路全长800÷4/5＝1000米。列式为：

【500÷（1－2/7）+100】÷（1－1/5）＝1000米

答：这段公路全长1000米。

**练习2：**

１、一堆煤，上午运走2/7，下午运的比余下的1/3还多6吨，最后剩下14吨还没有运走，这堆煤原有多少吨？

２、用拖拉机耕一块地，第一天耕了这块地的1/3又2公顷，第二天耕的比余下的1/2多3公顷，还剩下35公顷，这块地共有多少公顷？

３、一批水泥，第一天用去了1/2多1吨，第二天用去了余下1/3少2吨，还剩下16吨，原来这批水泥有多少吨？

**【答案】1.原有42吨。**

**2.这块地原有117公顷。**

**3.这批水泥原有44吨。**

**【例题3】**有甲、乙两桶油，从甲桶中倒出1/3给乙桶后，又从乙桶中倒出1/5给甲桶，这时两桶油各有24千克，原来甲、乙两个桶中各有多少千克油？

**【思路导航】**从最后的结果出发倒推，甲、乙两桶共有（24×2）＝48千克，当乙桶没有倒出1/5给甲桶时，乙桶内有油24÷（1－1/5）＝30千克，这时甲桶内只有48－30＝18千克，而甲桶已倒出1/3给了乙桶，可见甲桶原有的油为18÷（1－1/3）＝27千克，乙桶原有的油为48－27＝21千克。

甲：【24×2－24÷（1－1/5）】÷（1－1/3）＝27（千克）

乙：24×2－27＝21（千克）

答：甲桶原有油27千克，乙桶原有油21千克。

**练习3：**

１、小华拿出自己的画片的1/5给小强，小强再从自己现有的画片中拿出1/4给小华，这时两人各有画片12张，原来两人各有画片多少张？

２、甲、乙两人各有人民币若干元，甲拿出1/5给乙后，乙又拿出1/4给甲，这时他们各有90元，他们原来各有多少元？

３、一瓶酒精，第一次倒出1/3，然后倒回瓶中40克，第二次再倒出瓶中酒精的5/9，第三次倒出180克，瓶中好剩下60克，原来瓶中有多少克酒精？

**【答案】1.小强原有14张画片，小华原有10张画片。**

**2.甲有75元，乙有105元。**

**3.原来瓶中有750克酒精。**

**【例题4】**甲、乙、丙三人共有人民币168元，第一次甲拿出与乙相同的钱数给乙；第二次乙拿出与丙相同的钱数给丙；第三次丙拿出与这时甲相同的钱数给甲。这样，甲、乙、丙三人的钱数相等，原来甲比乙多多少元钱？

**【思路导航】**根据题意，由最后甲钱数是168÷3＝56元可推出：第一次甲拿出与乙同样的钱数给乙后，甲剩下的钱是56÷2＝28元，这28元就是原来甲比乙多的钱数。

168÷3÷2＝28元

答：原来甲比乙多28元。

**练习4：**

１、甲、乙、丙三个班共有学生144人，先从甲班调出与乙班相同的人数给乙班，再从乙班调出与丙班相同的人数到丙班。再从丙班调出与这时甲班相同的人数给甲班，这样，甲、乙、丙三个班人数相等。原来甲班比乙班多多少人？

２、甲、乙、丙三个盒子各有若干个小球，从甲盒拿出4个放入乙盒，再从乙盒拿出8个放入丙盒后，三个盒子内的小球个数相等。原来乙盒比丙盒多几个球？

３、甲、乙、丙三个仓库面粉袋数的比是6：9：5，如果从乙仓库拿出400袋平均分给甲、丙两仓库，则甲、乙两个仓库的数量相等。这三个仓库共存面粉多少袋？

**【答案】1.原来甲班比乙班多24人。**

**2.原来乙盒比丙盒多12个球。**

**3.共存面粉4000袋。**

**【例题5】**甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出1/4到乙仓库后，又从乙仓库运出1/4到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

**【思路导航】**解题关键是把两个仓库粮食的和看作“1”，由题意可知，从乙仓库运出1/4到甲仓库，乙仓库最后占两仓库和的1/2。

①当乙仓库没有往甲仓库运时，乙仓库占两仓库和的几分之几？

1/2÷（1－1/4）＝2/3

②甲仓库占两仓库和的几分之几？

1－2/3＝1/3

③甲仓库原来占两仓库和的几分之几？

1/3÷（1－1/4）＝4/9

④原来甲仓库时乙仓库的几分之几？

4÷（9－4）＝4/5

答：原来甲仓库的粮食是乙仓库的4/5。

**练习5：**

1、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出1/3到乙仓库后，又从乙仓库运出1/3到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

２、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出1/5到乙仓库后，又从乙仓库运出1/4到甲仓库，这时甲、乙两仓库的粮食储量相等。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

３、甲、乙两个仓库各有粮食若干吨，从甲仓库运出1/3到乙仓库后，又从乙仓库运出2/5到甲仓库，这时乙仓库的粮食是甲仓库的9/10。原来甲仓库的粮食是乙仓库的几分之几？

**【答案】1.原来甲仓库的粮食是乙仓库的**

**2.原来甲仓库的粮食是乙仓库的**

**3.原来甲仓库的粮食是乙仓库的**

# 第13讲 代数法解题

**一、知识要点**

有一些数量关系比较复杂的分数应用题，用算术方法解答比较繁、难，甚至无法列式算式，这时我们可根据题中的等量关系列方程解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**某车间生产甲、乙两种零件，生产的甲种零件比乙种零件多12个，乙种零件全部合格，甲种零件只有4/5合格，两种零件合格的共有42个，两种零件个生产了多少个？

**【思路导航】**本体用算术方法解有一定难度，可以根据两种零件合格的一共有42个，列方程求解。

解：设生产乙种零件x个，则生产甲种零件（x+12）个。

（x+12）×4/5+x＝42

4/5x+9+x＝42

9/5x＝42－9又3/5

x＝18

18+12＝30（个）

答：甲种零件生产了30个，乙种零件生产了18个。

**练习1：**

1、某校参加数学竞赛的女生比男生多28人，男生全部得优，女生的3/4得优，男、女生得优的一共有42人，男、女生参赛的各有多少人？

2、有两盒球，第一盒比第二盒多15个，第二盒中全部是红球，第一盒中的2/5 是红球，已知红球一共有69个，两盒球共有多少个？

3、六年级甲班比乙班少4人，甲班有1/3的人、乙班有1/4的人参加课外数学组，两个班参加课外数学组的共有29人，甲、乙两班共有多少人？

**【答案】1.男生参赛12人，女生参赛40人。**

**2.两盒球共有129个。**

**3.甲乙两班共有100人。**

**【例题2】**阅览室看书的学生中，男生比女生多10人，后来男生减少1/4，女生减少1/6，剩下的男、女生人数相等，原来一共有多少名学生在阅览室看书？

**【思路导航】**根据剩下的男、女人数相等的题意来列方程求解。

解：设女生有x人，则男生有（x+10）人

（1－1/6）x＝（x+10）×（1－1/4）

x＝90

90+90+10＝190人

答：原来一共有190名学生在阅览室看书。

**练习2：**

1、某小学去年参加无线电小组的同学比参加航模小组的同学多5人。今年参加无线电小组的同学减少1/5，参加航模小组的人数减少1/10，这样，两个组的同学一样多。去年两个小组各有多少人？

2、原来甲、乙两个书架上共有图书900本，将甲书架上的书增加5/8，乙书架上的书增加3/10，这样，两个书架上的书就一样多。原来甲、乙两个书架各有图书多少本？

3、某车间昨天生产的甲种零件比乙种零件多700个。今天生产的甲种零件比昨天少1/10，生产的乙种零件比昨天增加3/20，两种零件共生产了2065个。昨天两种零件共生产了多少个？

**【答案】1.去年两个小组共有45人。**

**2.原来甲书架有图书400本，乙书架有图书500本。**

**3.昨天两种零件共生产了2100个。**

**【例题3】**甲、乙两校共有22人参加竞赛，甲校参加人数的1/5比乙校参加人数的1/4少1人，甲、乙两校各有多少人参加？

【思路导航】这题中的等量关系是：甲×1/5＝乙×1/4－1

解：设甲校有x人参加，则乙校有（22－x）人参加。

1/5x＝（22－x）×1/4－1

x＝10

22－10＝12（人）

答：甲校有10人参加，乙校有12人参加。

**练习3：**

1、学校图书馆买来文艺书和连环画共126本，文艺书的比连环画的少7本，图书馆买来的文艺书和连环画各是多少本？

2、某小有学生465人，其中女生的比男生的少20人，男、女生各有多少人？

3、王师傅和李师傅共加工零件62个，王师傅加工零件个数的比李师傅的少2个，两人各加工了多少个？

**【答案】1.文艺书54本，连环画72本。**

**2.男生225人，女生240人。**

**3.王师傅加工了30个零件，李师傅加工了32个零件。**

**【例题4】**甲书架上的书是乙书架上的5/6，两个书架上各借出154本后，甲书架上的书是乙书架上的4/7，甲、乙两书架上原有书各多少本？

**【思路导航】**这道题的等量关系是；甲书架上剩下的书等于乙书架上剩下的4/7。

解：设乙书架上原有x本，则甲书架上原有5/6x本。

（x－154）×4/7＝5/6x－154

x ＝252

252×5/6 ＝210（本）

答：甲书架上原有210本，乙书架上原有252本。

**练习4：**

1、儿子今年的年龄是父亲的1/6，4年后儿子的年龄是父亲的1/4，父亲今年多少岁？

2、某校六年级男生是女生人数的2/3，后来转进2名男生，转走3名女生，这时男生人数是女生的3/4。原来男、女生各有多少人？

3、第一车间人数的3/5等于第二车间人数的9/10，第一车间比第二车间多50人。两个车间各有多少人？

**【答案】1.父亲今年36岁。**

**2.原来男生34人， 原来女生51人。**

**3.第一车间150人，第二车间100人。**

**【例题5】**一个班女同学比男同学的2/3多4人，如果男生减少3人，女生增加4人，男、女生人数正好相等。这个班男、女生各有多少人？

**【思路导航】**抓住“如果男生减少3人，女生增加4人，男、女生人数正好相等”这个等量关系列方程。

解：设男生有x人，则女生有（2/3x+4）人。

x－3＝2/3x+4+4

x＝33

2/3×33+4＝26（人）

答：这个班男生有33人，女生有26人。

**练习5：**

1、某学校的男教师比女教师的3/8多8人。如果女教师减少4人，男教师增加8人，男、女教师人数正好相等。这个学校男、女教师各有多少人？

2、某无线电厂有两个仓库。第一仓库储存的电视机是第二仓库的3倍。如果从第一仓库取出30台，存入第二仓库，则第二仓库就是第一仓库的4/9。两个仓库原来各有电视机多少台？

3、某工厂第一车间的人数比第二车间的人数的4/5少30人。如果从第二车间调10人到第一车间，则第一车间的人数就是第二车间的3/4。求原来每个车间的人数。

**【答案】1.男教师有20人，女教师有32人。**

**2.第一仓库原有电视机390台，第二仓库原有电视机130台。**

**3.第一车间有170人，第二车间有250人。**

# 第14讲 比的应用（一）

**一、知识要点**

我们已经学过比的知识，都知道比和分数、除法其实是一回事，所有比与分数能互相转化。运用这种方法解决一些实际问题可以化难为易，化繁为简。

**二、精讲精练**

**【例题1】**甲数是乙数的2/3，乙数是丙数的4/5，甲、乙、丙三数的比是（ ）：（ ）：（ ）。

【思路导航】

甲、乙两数的比 2：3

乙、丙两数的比 4：5

甲、乙、丙三数的比 8：12：15

答：甲、乙、丙三数的比是 8：12：15。

**练习1：**

1、甲数是乙数的4/5，乙数是丙数的5/8，甲、乙、丙三数的比是（ ）：（ ）：（ ）。

2、甲数是乙数的4/5，甲数是丙数的4/9，甲、乙、丙三数的比是（ ）：（ ）：（ ）。

3、甲数是丙数的3/7，乙数是丙数的2又1/2，甲、乙、丙三数的比是（ ）：（ ）：（ ）。

**【答案】1.4;5;8 2.4;5;9 3.6;35;14**

**【例题2】**光明小学将五年级的140名学生，分成三个小组进行植树活动，已知第一小组和第二小组人数的比是2：3，第二小组和第三小组人数的比是4：5。这三个小组各有多少人？

**【思路导航】**先求出三个小组人数的连比，再按求出的连比进行分配。

①一、二两组人数的比 2:3 二、三两组人数的比 4:5

一、二、三组人数的比 8:12:15

②总份数：8+12+15＝35

③第一组：140×8/35＝32（人）

④第二组：140×12/35＝48（人）

⑤第三组：140×15/35＝60（人）

答：第一小组有32人，第二小组有48人，第三小组有60人。

**练习2：**

1、某农场把61600公亩耕地划归为粮田与棉田，它们之间的比是7：2，棉田与其他作物面积的比6：1。每种作物各是多少公亩？

2、黄山小学六年级的同学分三组参加植树。第一组与第二组的人数的比是5：4，第二组与第三组人数的比是3：2。已知第一组的人数比二、三组人数的总和少15人。六年级参加植树的共有多少人？

3、科技组与作文组人数的比是9：10，作文组与数学组人数的比是5：7。已知数学组与科技组共有69人。数学组比作文组多多少人？

**【答案】1.粮田46200公亩，棉田13200公亩，其他作物2200公亩。**

**2.六年级参加植树的共有105人。**

**3.数学组比作文组多12人。**

**【例题3】**甲、乙两校原有图书本数的比是7：5，如果甲校给乙校650本，甲、乙两校图书本数的比就是3：4。原来甲校有图书多少本？

**【思路导航】**由甲、乙两校原有图书本数的比是7：5可知，原来甲校图书的本数是两校图书总数的7/（7+5），由于甲校给了乙校650本，这时甲校的图书占两校图书总数的3/（3+4），甲校给乙校的650本图书，相当于两校图书总数的7/（7+5）－3/（3+4）＝13/84。

650÷（7/（7+5）－3/（3+4））×7/（7+5）＝2450（本）

答：原来甲校有图书2450本。

**练习3：**

1、小明读一本书，已读的和未读的页数比是1：5。如果再读30页，则已读和未读的页数之比为3：5。这本书共有多少页？

2、甲、乙两包糖的重量比是4：1。从甲包取出130克放入乙包后，甲、乙两包糖的重量比为7：5。原来甲包有多少克糖？

3、五年级三个班举行数学竞赛。一班参加比赛的占全年级参赛总人数的1/3，二班与三班参加比赛人数的比是11：13，二班比三班少8人。一班有多少人参加了数学竞赛？

**【答案】1.这本书共有144页。**

**2.原来甲包有480克糖。**

**3.一班有48人参加了数学竞赛。**

**【例题4】**从前有个农民，临死前留下遗言，要把17头牛分给三个儿子，其中大儿子分得1/2，二儿子分得1/3，小儿子分得1/9，但不能把牛卖掉或杀掉。三个儿子按照老人的要求怎么也不好分。后来一位邻居顺利地把17头牛分完了，你知道这到底是怎么回事吗？

**【思路导航】**因为1/2+1/3+1/9＝17/18，17/18﹤1，就是说三兄弟并未将全部牛分完，所以我们求出三个儿子分牛头数的连比，最后再按比例分配。

① 三个儿子分牛头数的连比：1/2：1/3：1/9＝9：6：2

② 总份数：9+6+2＝17

③ 三个儿子各分得牛的头数：17×9/17＝9（头）17×6/17＝6（头）17×2/17＝2（头）

答：大儿子分得9头，二儿子分得6头，小儿子分得2头。

**练习4：**

1、图书室取出一批书，按照一年级得1/2，二年级得1/3，三年级得1/7，正好是41本，各年级各得多少本？

2、古罗马富豪约翰逊再临终前，对怀孕的妻子写下这样一份遗嘱：如果生下来是个男孩，就把遗产的三分之二给儿子，母亲拿三分之一；如果生下来的是女孩就把遗产的三分之一给女儿，三分之二给母亲。结果他的妻子生了双胞胎，一男一女，这是他没有预料到的。求出接近于遗嘱条件，把遗产分给三个继承人的比。

（1）从儿子、母亲、女儿所得的比例来看，他们三人所得的遗产的比是（）：（ ）：（ ）。

（2）从母亲至少得遗产的1/3来看，儿子、母亲、女儿所得遗产的比是（ ）：（ ）：（ ）。

3、甲、乙、丙三人共做零件900个。甲做总数的30％，乙比丙多做1/3。三人各做多少个？

**【答案】1.一年级得21本，二年级得14本，三年级得6本。**

**2.（1）三人所得的遗产的比是4;2;1 （2）3;2;1**

**3.甲做了270个，乙做了360个，丙做了270个。**

**【例题5】**两个相同的瓶子装满酒精溶液。一个瓶中酒精与水的体积之比是3：1，另一个瓶中酒精与水的体积之比是4：1。若把两瓶酒精溶液混合，混合液中酒精与水的体积之比是多少？

**【思路导航】**抓住两个瓶子相同的关系，分别求出每个瓶中的酒精占瓶子容积的几分之几再解答。

① 一个瓶中酒精占瓶子容积的比 3/（1+3）＝ 3/4

② 另一个瓶中酒精占瓶子容积的比 4/（1+4）＝ 4/5

③ 两瓶子里的酒精占一个瓶子容积的比 3/4+4/5 ＝ 31/20

④ 水占一个瓶子容积的比    2－31/20 ＝ 9/20

⑤ 混合液中酒精与水的比 31/20：9/20＝31：9

答：混合液中酒精与水的比是31：9。

**练习5：**

1、两块一样重的合金，一块合金中铜与锌的比是2：5，另一块合金中铜与锌的比是1：3。现将两块合金合成一块，求出锌合金中铜与锌的比。

2、将一条公路平均分给甲、乙两个工程队修筑。甲队已修的与剩下的比是2：1，乙队已修的与剩下的比是5：2。这条公路已修了全长的几分之几？

3、光华电视机厂上半年生产的电视机产量占全年的5/8，照这样的速度计算，全年可超产1000台。这个工厂上半年生产电视机多少台？

**【答案】1.铜与锌的比是15;41**

**2.这条公路已修了全长的**

**3.这个工厂上半年生产电视机2500台。**

# 第15讲 比的应用（二）

**一、知识要点**

比是反映数量关系的一种常见形式，也是解数学题的一种重要工具，有了它，我们处理倍数关系、解答分数应用题就方便灵活得多。在这一讲，我们讲探讨稍复杂的比是应用题。

**二、精讲精练**

**【例题1】**甲、乙两个学生放学回家，甲要比乙多走1/5的路，而乙走的时间比甲少1/11，求甲、乙两人速度的比。

**【思路导航】**因为 速度＝路程÷时间，所以，甲、乙速度的比＝甲路程/甲时间：乙路程/乙时间

（1）甲、乙路程的比：（1+1/5）：1＝6：5

（2）甲、乙时间的比：1：（1－1/11）＝11：10

（3）甲、乙速度的比：6/11：5/10=12：11

答：甲、乙速度的比是12：11。

**练习1：**

1、小明和小芳各走一段路。小明走的路程比小芳多1/5，小芳用的时间比小明多1/8。求小明和小芳速度的比。

2、甲走的路程比乙多1/3，乙用的时间比甲多1/4。求甲、乙的速度比。

3、一个人步行每小时走5千米，如果骑自行车每1千米比步行少用8分钟。这个人骑自行车的速度和步行速度的比是多少？

**【答案】1.小明和小芳的速度之比是27:20**

**2.甲乙的速度之比是5:3**

**3.骑车与步行的速度之比是3:1**

**【例题2】**制造一个零件，甲需6分钟，乙需5分钟，丙需4.5分钟。现在有1590个零件的制造任务分配给他们三个人，要求在相同的时间内完成，每人应该分配到多少个零件？

**【思路导航】**先求出工作效率的比，然后根据同一时间内，工作总量的比等于工作效率的比进行解答。

甲、乙、丙工作效率的比： 1/6：1/5：1/1.5＝15：18：20

总份数：15+18+20＝53

甲 ：1590×15/53＝450（个）

乙 ：1590×18/53＝540（个）

丙 ：1590×20/53＝600（个）

答：甲、乙、丙分配到的零件分别是450个、540个、600个。

**练习2：**

1、加工一个零件，甲需3分钟，乙需3.5分钟，丙需4分钟。现在有1825个零件需要甲、乙、丙三人加工。如果规定用同样的时间完成任务，那么各应加工多少个？

2、甲、乙、丙三人在同一时间里共制造940个零件。甲制造一个零件需5分钟，比乙制造一个零件所用的时间多25％，丙制造一个零件所用的时间比甲少2/5。甲、乙、丙各制造了多少个零件？

3、加工某种零件要三道工序，专做第一、二、三道工序的工人每小时分别能完成零件48个，32个，28个，现有118名工人，要使每天三道工序完成的零件个数相同，每道工序应安排多少工人？

**【答案】1.甲应加工零件700个，乙应加工零件600个，丙应加工零件525个。**

**2.甲制造了零件240个，乙制造零件300个，丙制造零件400个。**

**3.第一道工序28人，第二道工序42人，第三道工序48人。**

**【例题3】**两个服装厂一个月内生产服装的数量是6：5，两厂西服价格的比是11：10。已知两厂这个月内总产值为6960万元。两厂的产值各是多少万元？

【思路导航】因为产值＝价格×产量，所以

甲产值：乙产值＝（甲价格×甲产量）：（乙价格×乙产量）

两厂的产值比为：（11×6）：（10×5）＝66：50

甲厂产值为：6960×66/（66+50）＝3960（元）

乙厂产值为：6960×50（66+50）＝3000（元）

答：两厂的产值分别是3960万元和3000万元。

**练习3：**

1、甲、乙两个长方形长的比是4：5，宽的比是3：2，面积的和是242平方厘米。求甲、乙两个长方形的面积分别是多少平方厘米？

2、苹果和梨的单价的比是6：5，王大妈买的苹果和梨的重量的比是2：3，共花去18元。王大妈买苹果和梨各花了多少元？

3、大、小两种苹果，其单价比是5：4，重量比是2：3。把两种苹果混合，成为100千克的混合苹果，单价为每千克4.40元。大、小两种苹果原来每千克各是多少元？

**【答案】1.甲长方形面积是132平方厘米，乙长方形面积是110平方厘米。**

**2.王大妈买苹果花了8元，买梨花了10元。**

**3.大苹果每千克5元，小苹果每千克4元。**

**【例题4】**A、B两种商品的价格比是7：3。如果它们的价格分别上涨70元，它们的价格比就是7：4，这两种商品原来的价格各是多少元？

【思路导航】

解法一：因为A、B两种商品涨价的数值相同，所以涨价后两种商品价格差不变。由于价格差不变，所以价格差对应的份数也应该相同。

原价格比＝7：3＝21：9 现价格比＝7：4＝28：16

【这样前后项的差都是12，价格涨了（28－21）＝7份，是70元】

70÷（28－21）＝10元 A：10×21＝210（元） B：10×9＝90（元）

解法二：由于两种商品的价格不变，选两种商品的价格差做单位“1“进行解答。

（1）原来A商品的几个是价格差的几倍 7÷（7－3）＝7/4

（2）后来A商品的价格是价格差的几倍 7÷（7－4）＝7/3

（3）A、B两种商品的价格差是 70÷（7/3－7/4）＝120（元）

（4）原来A商品的价格是 120÷（7－3）×7＝210（元）

（5） 原来B商品的价格是 120÷（7－3）×3＝90（元）

答：A、B两种商品原来的价格分别是210元和90元。

**练习4：**

用两种思路解答下列应用题：

1、甲、乙两个建筑队原有水泥重量的比是4：3。甲队给乙队54吨水泥后，甲、乙两队水泥重量的比是3：4。原来甲队有水泥多少吨？

2、甲书架上的书是乙书架上的4/7，两书架上各增加154本后，甲书架上的书是乙书架上的，甲、乙两书架上原来各有多少本书？

3、兄弟两人，每年收入的比是4：3，每年支出的比是18：13。从年初到年底，他们都结余720元。他们每年的收入各是多少元？

**【答案】1.原来甲队有水泥216吨。**

**2.甲书架原有书56本，乙书架原有书98本。**

**3.哥哥每年的收入是7200元，弟弟每年的收入是5400元。**

**【例题5】**如图是甲、乙、丙三地的线路图，已知甲地到丙地的路程与乙地到丙地的路程比是1：2。王刚以每小时4千米的速度从甲地步行到丙地，李华同时以每小时10千米的速度从乙地骑自行车去丙地，他比王刚早1小时到达丙地。甲、乙两地相距多少千米？

【思路导航】

解法一：根据路程的比和速度的比求出时间的比，从而求出王刚和李华所用的时间，再求出各自所走的路程。

王刚和李华所用时间的比 1/4：2/10＝5：4

王刚所用的时间 1÷（5－4）×5＝5（小时）

甲地到丙地的路程 4×5＝20（千米）

甲、乙两地的路程 20×（1+2）＝60（千米）

解法二：如果李华每小时行4×2＝8千米，他将与王刚同时到达丙地。现在他每小时多行10－8＝2千米。在王刚从甲地到丙地的这段时间内，李华比应行的路程多行了10×1＝10千米。据此，可求出王刚从甲地到丙地的时间。

王刚从甲地到丙地的时间10 ×1÷（10－4×2）＝5（小时）

甲、乙两地的路程4×5×（1+2）＝60（千米）

解法三：如果王刚每小时行10÷3＝5千米，就能和李华同时到达。由此可见，王刚走完甲地到丙地的路程，用每小时4千米的速度和每小时5千米的速度相比，所用的时间相差1小时。再根据1千米的路程，两种速度所用的时间相差 1/4－1/5＝ 1/20小时。最后求出甲地到丙地的路程。

甲地到丙地的路程1÷（1/4－1/（10÷÷2）＝20（千米）

甲、乙两地的路程20×（1+2）＝60（千米）

答：甲、乙两地相距60千米。

**练习5：**

1、一辆汽车在甲、乙两站间行驶，往返一次共用去4小时（停车时间不算在内）。汽车去时每小时行45千米，返回时每小时行30千米。甲、乙两地相距多少千米？

2、甲做3000个零件比乙做2400个零件多用1小时，甲、乙工作效率的比是6：5。甲、乙每小时各做多少个？

3、下图是甲、乙、丙三地的路线图。已知甲地到丙地的路程与乙地到丙地的路程的比是2：3。一辆货车以每小时40千米的速度从甲地开往丙地，一辆客车同时以每小时50千米的速度从乙地开往丙地，客车比火车迟1小时到达丙地。求甲、乙两地的路程？

http://hiphotos.baidu.com/%D3%EB%C4%E3%B5%C4%D4%B5/pic/item/efb4242469ff5f4935a80f27.jpg

**【答案】1.甲乙两地相距72千米。**

**2.甲每小时做120个零件，乙每小时做100个零件。**

**3.甲乙两地的路程是500千米。**

# 第16讲 用“组合法”解工程问题

**一、知识要点**

在解答工程问题时，如果对题目提供的条件孤立、分散、静止地看，则难以找到明确的解题途径，若用“组合法”把具有相依关系的数学信息进行恰当组合，使之成为一个新的基本单位，便会使隐蔽的数量关系立刻明朗化，从而顺利找到解题途径。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一项工程，甲、乙两队合作15天完成，若甲队做5天，乙队做3天，只能完成工程的7/30，乙队单独完成全部工程需要几天？

**【思路导航】**此题已知甲、乙两队的工作效率和是1/15，只要求出甲队货乙队的工作效率，则问题可解，然而这正是本题的难点，用“组合法”将甲队独做5天，乙队独做3天，组合成甲、乙两队合作了3天后，甲队独做2天来考虑，就可以求出甲队2天的工作量7/30－1/15×3＝1/30，从而求出甲队的工作效率。所以

1÷【1/15－（7/30－1/15×3）÷（5－3）】＝20（天）

答：乙队单独完成全部工程需要20天。

**练习1：**

1、师、徒二人合做一批零件，12天可以完成。师傅先做了3天，因事外出，由徒弟接着做1天，共完成任务的3/20。如果这批零件由师傅单独做，多少天可以完成？

2、某项工程，甲、乙合做1天完成全部工程的5/24。如果这项工程由甲队独做2天，再由乙队独做3天，能完成全部工程的13/24。甲、乙两队单独完成这项工程各需多少天？

3、甲、乙两队合做，20天可完成一项工程。先由甲队独做8天，再由乙队独做12天，还剩这项工程的8/15。甲、乙两队独做各需几天完成？

**【答案】1.30天 2.12天；8天 3.30天，60天。**

**【例题2】**一项工程，甲队独做12天可以完成。甲队先做了3天，再由乙队做2天，则能完成这项工程的1/2。现在甲、乙两队合做若干天后，再由乙队单独做。做完后发现两段所用时间相等。求两段一共用了几天？

**【思路导航】**此题很容易先求乙队的工作效率是：（1/2－1/12×3）÷2＝1/8；再由条件“做完后发现两段所用时间相等”的题意，可组合成由两个乙队和一个甲队合做需若干天完成，即可求出相等的时间。

（1）乙队每天完成这项工程的（1/2－1/12×3）÷2＝1/8

（2）两段时间一共是1÷（1/8×2+1/12）×2＝6（天）

答：两段时间一共是6天。

**练习2：**

1、一项工程，甲队独做15天完成。若甲队先做5天，乙队再做4天能完成这项工程的8/15。现由甲、乙两队合做若干天后，再由乙队单独做。做完后发现，两段时间相等。这两段时间一共是几天？

2、一项工程，甲、乙合做8天完成。如果先让甲独做6天，再由乙独做，完成任务时发现乙比甲多了3天。乙独做这项工程要几天完成？

3、某工作，甲单独做要12天，乙单独做要18天，丙单独做要24天。这件工作先由甲做了若干天，再由乙接着做；乙做的天数是甲3倍，再由丙接着做，丙做的天数是乙的2倍。终于完成了这一工作。问总共用了多少天？

**【答案】1.10天 2.12天 3.20天**

**【例题3】**移栽西红柿苗若干棵，如果哥、弟二人合栽8小时完成，先由哥哥栽了3小时后，又由弟弟栽了1小时，还剩总棵数的11/16没有栽，已知哥哥每小时比弟弟每小时多栽7棵。共要移栽西红柿苗多少棵？

**【思路导航】**把“哥哥先栽了3小时，弟弟又栽了1小时”组合成“哥、的合栽了1小时后，哥哥又独做了2小时”，就可以求出哥哥每小时栽总数的几分之几。

哥哥每小时栽总数的几分之几（1－11/16－1/8×1）÷（3－1）＝3/32

一共要移栽的西红柿苗多少棵7÷【3/32－（1/8－3/32）】＝112（棵）

答：共要移栽西红柿苗112棵。

**练习3：**

1、加工一批机器零件，师、徒合做12小时可以完成。先由师傅加工8小时，接着再由徒弟加工6小时，共加工了这批零件的3/5。已知师傅每小时比徒弟多做10个零件。这批零件共有多少个？

2、修一条公路，甲、乙两队合做6天可以完成。先由甲队修5天，再由乙队修3天，还剩这条公路的3/10没有修。已知甲队每天比乙队多修20米。这条公路全长多少米？

3、修一段公路，甲队独修要40天，乙队独修要用24天。两队同时从两端开工，结果在距中点750米处相遇。这段公路全长多少米？

**【答案】1.600个 2.600米 3.6000米**

**【例题4】**一项工作，甲、乙、丙3人合做6小时可以完成。如果甲工作6小时后，乙、丙合做2小时，可以完成这项工作的2/3；如果甲、乙合做3小时后，丙做6小时，也可以完成这项工作的2/3。如果由甲、丙合做，需几小时完成？

**【思路导航】**将条件“甲工作6小时后，乙、丙合做2小时，可以完成这项工作的2/3”组合成“甲工作4小时，甲、乙、丙合做2小时可以完成这项工作的2/3”，则求出甲的工作效率。同理，运用“组合法”再求出丙的工作效率。

甲每小时完成这项工程的几分之几（2/3－1/6×2）÷（6－2）＝1/12

丙每小时完成这项工程的几分之几（2/3－1/6×3）÷（6－3）＝1/18

甲、丙合做需完成的时间为：1÷（1/12+1/18）＝7由1/5（小时）

答：甲、丙合做完成需要7有1/5小时。

**练习4：**

1、一项工作，甲、乙、丙三人合做，4小时可以完成。如果甲做4小时后，乙、丙合做2小时，可以完成这项工作的13/18；如果甲、乙合做2小时后，丙再做4小时，可以完成这项工作的11/18。这项工作如果由甲、丙合做需几小时完成？

2、一项工程，甲、乙合做6天可以完成，乙、丙合做10天可以完成。现在先由甲、乙、丙合做3天后，余下的乙再做6天则可以完成。乙独做这项工程要几天就可以完成？

3、一项工程，甲、乙两队合做10天完成，乙、丙两队合做8天完成。现在甲、乙、丙三队合做4天后，余下的工程由乙队独做5又1/2天完成。乙队单独做这项工程需多少天可以完成？

4、一件工作，甲、乙合做4小时完成，乙、丙合做5小时完成。现在由甲、丙合做2小时后，余下的由乙6小时完成。乙独做这件工作需几小时才能完成？

**【答案】1.6小时 2.15天 3.15天 4.20小时**

**【例题5】**一条公路，甲队独修24天可以完成，乙队独修30天可以完成。先由甲、乙两队合修4天，再由丙队参加一起修7天后全部完成。如果由甲、乙、丙三队同时开工修这条公路，几天可以完成？

**【思路导航】**将条件“先由甲、乙两队合修4天，再由丙队参加一起修7天后全部完成”组合成“甲、乙两队各修（4+7）＝11天后，再由丙队单独修了7天才全部完成。”就可以求出丙队的工作效率。

丙队每天修这条公路的【1－（1/24+1/30）】×（4+7）＝1/40

三队合修完成时间为1÷（1/24+1/30+1/40）＝10（天）

答：10天可以完成。

**练习5：**

1、一件工作，甲单独做12小时完成。现在甲、乙合做4小时后，乙又用6小时才完成。这件工作始终由甲、乙合做几小时可以完成？

2、一条水渠，甲队独挖120天完成，乙队独挖40天完成。现在两队合挖8天，剩下的由丙队加入一起挖，又用12天挖完。这条水渠由丙队单独挖，多少天可以完成？

3、一件工作，甲、乙合做6天可以完成，乙、丙合做10天可以完成。如果甲、丙合做3天后，由乙单独做，还要9天才能完成。如果全部工作由3人合做，需几天可以完成？

4、一项工程，甲、乙两队合做30天完成，甲队单独做24天后，乙队加入，两队又合做了12天。这时甲队调走，乙队又继续做了15天才完成。甲队独做这项工程需要多少天？

**【答案】1.小时 2.36天 3.5天 4.90天**

# 第17讲 浓度问题

**一、知识要点**

在百分数应用题中有一类叫溶液配比问题，即浓度问题。我们知道，将糖溶于水就得到了糖水，其中糖叫溶质，水叫溶剂，糖水叫溶液。如果水的量不变，那么糖加得越多，糖水就越甜，也就是说糖水甜的程度是由糖（溶质）与糖水（溶液＝糖+水）二者质量的比值决定的。这个比值就叫糖水的含糖量或糖含量。类似地，酒精溶于水中，纯酒精与酒精溶液二者质量的比值叫酒精含量。因而浓度就是溶质质量与溶液质量的比值，通常用百分数表示，即，

浓度＝溶质质量/溶液质量×100％＝溶质质量/（溶质质量＋溶剂质量）×100%

解答浓度问题，首先要弄清什么是浓度。在解答浓度问题时，根据题意列方程解答比较容易，在列方程时，要注意寻找题目中数量问题的相等关系。

浓度问题变化多，有些题目难度较大，计算也较复杂。要根据题目的条件和问题逐一分析，也可以分步解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**有含糖量为7％的糖水600克，要使其含糖量加大到10％，需要再加入多少克糖？

**【思路导航】**根据题意，在7％的糖水中加糖就改变了原来糖水的浓度，糖的质量增加了，糖水的质量也增加了，但水的质量并没有改变。因此，可以先根据原来糖水中的浓度求出水的质量，再根据后来糖水中的浓度求出现在糖水的质量，用现在糖水的质量减去原来糖水的质量就是增加的糖的质量。

原来糖水中水的质量：600×（1－7％）＝558（克）

现在糖水的质量 ：558÷（1－10％）＝620（克）

加入糖的质量 ：620－600＝20（克）

答：需要加入20克糖。

**练习1：**

1、现在有浓度为20％的糖水300克，要把它变成浓度为40％的糖水，需要加糖多少克？

2、有含盐15％的盐水20千克，要使盐水的浓度为20％，需加盐多少千克？

3、有甲、乙两个瓶子，甲瓶里装了200毫升清水，乙瓶里装了200毫升纯酒精。第一次把20毫升纯酒精由乙瓶倒入甲瓶，第二次把甲瓶中20毫升溶液倒回乙瓶，此时甲瓶里含纯酒精多，还是乙瓶里含水多？

**【答案】1.需要加糖100克。**

**2.需加盐1.25千克。**

**3.甲瓶里含的纯酒精和乙瓶里含的水一样多。**

**【例题2】**一种35％的新农药，如稀释到1.75％时，治虫最有效。用多少千克浓度为35％的农药加多少千克水，才能配成1.75％的农药800千克？

**【思路导航】**把浓度高的溶液经添加溶剂变为浓度低的溶液的过程称为稀释。在这种稀释过程中，溶质的质量是不变的。这是解这类问题的关键。

800千克1.75％的农药含纯农药的质量为800×1.75％＝14（千克）

含14千克纯农药的35％的农药质量为14÷35％＝40（千克）

由40千克农药稀释为800千克农药应加水的质量为800－40＝760（千克）

答：用40千克的浓度为35％的农药中添加760千克水，才能配成浓度为1.75％的农药800千克。

**练习2：**

1、用含氨0.15％的氨水进行油菜追肥。现有含氨16％的氨水30千克，配置时需加水多少千克？

2、仓库运来含水量为90％的一种水果100千克。一星期后再测，发现含水量降低到80％。现在这批水果的质量是多少千克？

3、一容器内装有10升纯酒精，倒出2.5升后，用水加满；再倒出5升，再用水加满。这时容器内溶液的浓度是多少？

**【答案】1.氨的质量不变，需加水3170千克。**

**2.除水以外的部分的质量不变。质量是50千克。**

**3.37.5%。**

**【例题3】**现有浓度为10％的盐水20千克。再加入多少千克浓度为30％的盐水，可以得到浓度为22％的盐水？

**【思路导航】**这是一个溶液混合问题。混合前、后溶液的浓度改变了，但总体上溶质及溶液的总质量没有改变。所以，混合前两种溶液中溶质的和等于混合后溶液中的溶质的量。

20千克10％的盐水中含盐的质量20×10％＝2（千克）

混合成22％时，20千克溶液中含盐的质量20×22％＝404（千克）

需加30％盐水溶液的质量（4.4－2）÷（30％－22％）＝30（千克）

答：需加入30千克浓度为30％的盐水，可以得到浓度为22％的盐水。

**练习3：**

1、在100千克浓度为50％的硫酸溶液中，再加入多少千克浓度为5％的硫酸溶液就可以配制成25％的硫酸溶液？

2、浓度为70％的酒精溶液500克与浓度为50％的酒精溶液300克混合后所得到的酒精溶液的浓度是多少？

3、在20％的盐水中加入10千克水，浓度为15％。再加入多少千克盐，浓度为25％？

**【答案】1.125千克。**

**2.要求混合后的浓度，可用混合后的酒精总质量除以混合后的溶液总质量。62.5%**

**3.加入盐的质量：千克。**

**【例题4】**将20％的盐水与5％的盐水混合，配成15％的盐水600克，需要20％的盐水和5％的盐水各多少克？

**【思路导航】**根据题意，将20％的盐水与5％的盐水混合配成15％的盐水，说明混合前两种盐水中盐的质量和与混合后盐水中盐的质量是相等的。可根据这一数量间的相等关系列方程解答。

解：设20％的盐水需x克，则5％的盐水为600－x克，那么

20％x+（600－x）×5％＝600×15％

X ＝400

600－400＝200（克）

答：需要20％的盐水400克，5％的盐水200克。

**练习4：**

1、两种钢分别含镍5％和40％，要得到140吨含镍30％的钢，需要含镍5％的钢和含镍40％的钢各多少吨？

2、甲、乙两种酒各含酒精75％和55％，要配制含酒精65％的酒3000克，应当从这两种酒中各取多少克？

3、甲、乙两只装糖水的桶，甲桶有糖水60千克，含糖率为40％；乙桶有糖水40千克，含糖率为20％。要使两桶糖水的含糖率相等，需把两桶的糖水相互交换多少千克？

**【答案】1.需要含镍5%的钢40吨，含镍40%的钢100吨。**

**2.含酒精75%的酒1500克，取含酒精55%的酒1500克。**

**3.互相交换24千克糖水。**

**【例题5】**甲、乙、丙3个试管中各盛有10克、20克、30克水。把某种质量分数的盐水10克倒入甲管中，混合后取10克倒入乙管中，再混合后从乙管中取出10克倒入丙管中。现在丙管中的盐水的质量分数为0.5％。最早倒入甲管中的盐水质量分数是多少？

**【思路导航】**混合后甲、乙、丙3个试管中应有的盐水分别是20克、30克、40克。根据题意，可求出现在丙管中盐的质量。又因为丙管中原来只有30克的水，它的盐是从10克盐水中的乙管里取出的。由此可求出乙管里30克盐水中盐的质量。而乙管里的盐又是从10克盐水中的甲管里取出的，由此可求出甲管里20克盐水中盐的质量。而甲管里的盐是某种浓度的盐水中的盐，这样就可得到最初倒入甲管中盐水的质量分数。

丙管中盐的质量：（30+10）×0.5％＝02（克）

倒入乙管后，乙管中盐的质量：0.2×【（20+10）÷10】＝0.6（克）

倒入甲管，甲管中盐的质量：0.6×【（10+10）÷10】＝1.2（克）

1.2÷10＝12％

答：最早倒入甲管中的盐水质量分数是12％。

**练习5：**

1、从装满100克80％的盐水中倒出40克盐水后，再用清水将杯加满，搅拌后再倒出40克盐水，然后再用清水将杯加满。如此反复三次后，杯中盐水的浓度是多少？

2、甲容器中又8％的盐水300克，乙容器中有12.5％的盐水120克。往甲、乙两个容器分别倒入等量的水，使两个容器中盐水的浓度一样。每个容器应倒入多少克水？

3、甲种酒含纯酒精40％，乙种酒含纯酒精36％，丙种酒含纯酒精35％。将三种酒混在一起得到含酒精38.5％的酒11千克。已知乙种酒比丙种酒多3千克，那么甲种酒有多少千克？

**【答案】1.盐水的浓度是17.28%。**

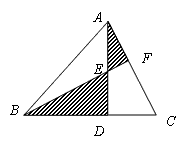
**2.每个容器倒入180克水。**

**3.甲种酒有7千克。**

# 第18讲 面积计算（一）

**一、知识要点**

计算平面图形的面积时，有些问题乍一看，在已知条件与所求问题之间找不到任何联系，会使你感到无从下手。这时，如果我们能认真观察图形，分析、研究已知条件，并加以深化，再运用我们已有的基本几何知识，适当添加辅助线，搭一座连通已知条件与所求问题的小“桥”，就会使你顺利达到目的。有些平面图形的面积计算必须借助于图形本身的特征，添加一些辅助线，运用平移旋转、剪拼组合等方法，对图形进行恰当合理的变形，再经过分析推导，方能寻求出解题的途径。

**二、精讲精练**

**【例题1】**已知如图，三角形ABC的面积为8平方厘米，AE＝ED，BD=2/3BC，求阴影部分的面积。

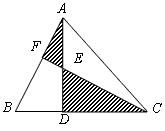
**【思路导航】**阴影部分为两个三角形，但三角形AEF的面积无法直接计算。由于AE=ED,连接DF，可知S△AEF=S△EDF（等底等高），采用移补的方法，将所求阴影部分转化为求三角形BDF的面积。

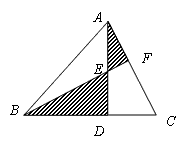
因为BD=2/3BC，所以S△BDF＝2S△DCF。又因为AE＝ED，所以S△ABF＝S△BDF＝2S△DCF。

因此，S△ABC＝5 S△DCF。由于S△ABC＝8平方厘米，所以S△DCF＝8÷5＝1.6（平方厘米），则阴影部分的面积为1.6×2＝3.2（平方厘米）。

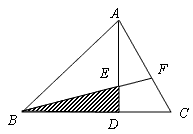
**练习1：**

1、如图，AE＝ED，BC=3BD，S△ABC＝30平方厘米。求阴影部分的面积。



2、如图所示，AE=ED，DC＝1/3BD，S△ABC＝21平方厘米。求阴影部分的面积。

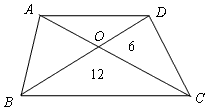
3、如图所示，DE＝1/2AE，BD＝2DC，S△EBD＝5平方厘米。求三角形ABC的面积。



**【答案】1.阴影部分面积12 cm2**

**2.阴影部分面积9 cm2**

**3.三角形ABC的面积是22.5 cm2**

**【例题2】**两条对角线把梯形ABCD分割成四个三角形，如图所示，已知两个三角形的面积，求另两个三角形的面积各是多少？

**【思路导航】**已知S△BOC是S△DOC的2倍，且高相等，可知：BO＝2DO；从S△ABD与S△ACD相等（等底等高）可知：S△ABO等于6，而△ABO与△AOD的高相等，底是△AOD的2倍。所以△AOD的面积为6÷2＝3。

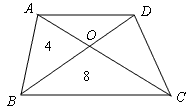
因为S△ABD与S△ACD等底等高 所以S△ABO＝6

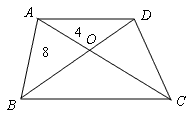
因为S△BOC是S△DOC的2倍 所以△ABO是△AOD的2倍

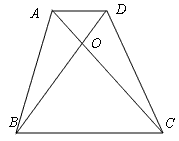
所以△AOD＝6÷2＝3。

答：△AOD的面积是3。

**练习2：**

1、两条对角线把梯形ABCD分割成四个三角形，（如图所示），已知两个三角形的面积，求另两个三角形的面积是多少？

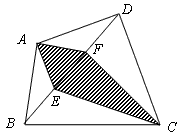
2、已知AO＝1/3OC，求梯形ABCD的面积（如图所示）。

3、已知三角形AOB的面积为15平方厘米，线段OB的长度为OD的3倍。求梯形ABCD的面积。（如图所示）。

**【答案】1.三角形COD面积是4，三角形AOD面积是2**

**2.**

**3.梯形ABCD的面积是80平方厘米**

**【例题3】**四边形ABCD的对角线BD被E、F两点三等分，且四边形AECF的面积为15平方厘米。求四边形ABCD的面积（如图所示）。

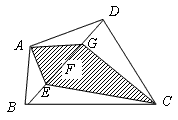
**【思路导航】**由于E、F三等分BD，所以三角形ABE、AEF、AFD是等底等高的三角形，它们的面积相等。同理，三角形BEC、CEF、CFD的面积也相等。由此可知，三角形ABD的面积是三角形AEF面积的3倍，三角形BCD的面积是三角形CEF面积的3倍，从而得出四边形ABCD的面积是四边形AECF面积的3倍。

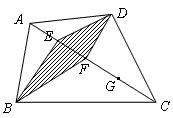
15×3＝45（平方厘米）

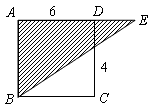
答：四边形ABCD的面积为45平方厘米。

**练习3：**

1、四边形ABCD的对角线BD被E、F、G三点四等分，且四边形AECG的面积为15平方厘米。求四边形ABCD的面积（如图）。



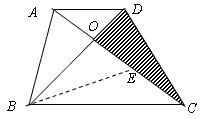
2、已知四边形ABCD的对角线被E、F、G三点四等分，且阴影部分面积为15平方厘米。求四边形ABCD的面积（如图所示）。

3、如图所示，求阴影部分的面积（ABCD为正方形）。

**【答案】1.15×2=30（cm2）**

**2.15×4=60（cm2）**

**3.（6+3）×6÷2=27**

**【例题4】**如图所示，BO＝2DO，阴影部分的面积是4平方厘米。那么，梯形ABCD的面积是多少平方厘米？

**【思路导航】**因为BO＝2DO，取BO中点E，连接AE。根据三角形等底等高面积相等的性质，可知S△DBC＝S△CDA；S△COB＝S△DOA＝4，类推可得每个三角形的面积。所以，

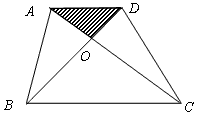
S△CDO＝4÷2＝2（平方厘米） S△DAB＝4×3＝12平方厘米

S梯形ABCD＝12+4+2＝18（平方厘米）

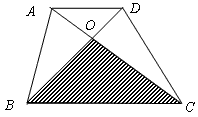
答：梯形ABCD的面积是18平方厘米。

**练习4：**

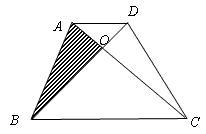
1、如图所示，阴影部分面积是4平方厘米，OC＝2AO。求梯形面积。



2、已知OC＝2AO，S△BOC＝14平方厘米。求梯形的面积（如图所示）。



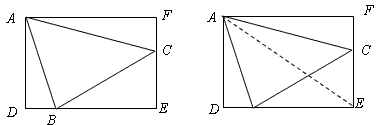
3、已知S△AOB＝6平方厘米。OC＝3AO，求梯形的面积（如图所示）。



**【答案】1.4×2=8（cm2）8×2=16（cm2）16+8+8+4=36（cm2）**

**2.14÷2=7（cm2）7÷2=3.5（cm2）14+7+7+3.5=31.5（cm2）**

**3.6×（3+1）=24（cm2）6÷3=2（cm2）24+6+2=32（cm2）**

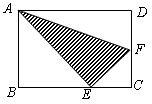
**【例题5】**如图所示，长方形ADEF的面积是16，三角形ADB的面积是3，三角形ACF的面积是4，求三角形ABC的面积。

**【思路导航】**连接AE。仔细观察添加辅助线AE后，使问题可有如下解法。

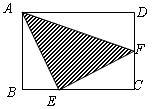
由图上看出：三角形ADE的面积等于长方形面积的一半（16÷2）＝8。用8减去3得到三角形ABE的面积为5。同理，用8减去4得到三角形AEC的面积也为4。因此可知三角形AEC与三角形ACF等底等高，C为EF的中点，而三角形ABE与三角形BEC等底，高是三角形BEC的2倍，三角形BEC的面积为5÷2＝2.5，所以，三角形ABC的面积为16－3－4－2.5＝6.5。

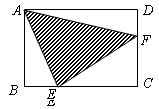
**练习5：**

1、如图所示，长方形ABCD的面积是20平方厘米，三角形ADF的面积为5平方厘米，三角形ABE的面积为7平方厘米，求三角形AEF的面积。



2、如图所示，长方形ABCD的面积为20平方厘米，S△ABE＝4平方厘米，S△AFD＝6平方厘米，求三角形AEF的面积。



3、如图所示，长方形ABCD的面积为24平方厘米，三角形ABE、AFD的面积均为4平方厘米，求三角形AEF的面积。

**【答案】1.连接AC。20÷2-7=3（cm2）3×=1.5（cm2）**

**20-7-5-1.5=6.5（cm2）**

**2.连接AC。20÷2=10（cm2） （10-4）×=（cm2）**

**20-6-4-=（cm2）**

**3.连接AC。24÷2=12（cm2） （12-4）×（1-）=（cm2）**

**24-4-4-=（cm2）**

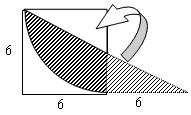
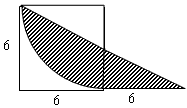
# 第19讲 面积计算（二）

**一、知识要点**

在进行组合图形的面积计算时，要仔细观察，认真思考，看清组合图形是由几个基本单位组成的，还要找出图中的隐蔽条件与已知条件和要求的问题间的关系。

**二、精讲精练**

**【例题1】**求图中阴影部分的面积（单位：厘米）。



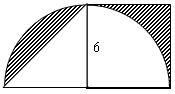
**【思路导航】**如图所示的特点，阴影部分的面积可以拼成圆的面积。

62×3.14×＝28.26（平方厘米）

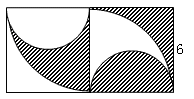
答：阴影部分的面积是28.26平方厘米。

**练习1：**

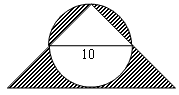
1、求下面各个图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。



2、求下面各个图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。



3、求下面各个图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

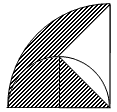
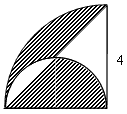


**【答案】1.6×6×=18（cm2）**

**2.6×6=36（cm2）**

**3.10×（10÷2）××2=50（cm2）**

**【例题2】**求图中阴影部分的面积（单位：厘米）。



**【思路导航】**阴影部分通过翻折移动位置后，构成了一个新的图形（如图所示）。

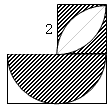
从图中可以看出阴影部分的面积等于大扇形的面积减去大三角形面积的一半。

3.14×－4×4÷2÷2＝8.56（平方厘米）

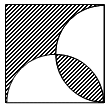
答：阴影部分的面积是8.56平方厘米。

**练习2：**

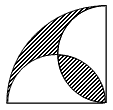
1、计算下面图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。



2、计算下面图形中阴影部分的面积（单位：厘米，正方形边长4）。



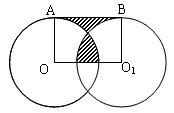
3、计算下面图形中阴影部分的面积（单位：厘米，正方形边长4）。



**【答案】1.（2+2）×2=8（cm2）**

**2.4×4×=8（cm2）**

**3.42×3.14×-4×4×=4.56（cm2）**

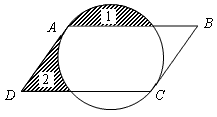
**【例题3】**如图19－10所示，两圆半径都是1厘米，且图中两个阴影部分的面积相等。求长方形ABO1O的面积。

**【思路导航】**因为两圆的半径相等，所以两个扇形中的空白部分相等。又因为图中两个阴影部分的面积相等，所以扇形的面积等于长方形面积的一半（如图19－10右图所示）。所以3.14×12×1/4×2＝1.57（平方厘米）

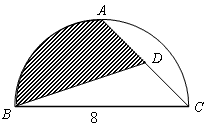
答：长方形长方形ABO1O的面积是1.57平方厘米。

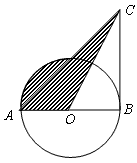
**练习3：**

1、如图所示，圆的周长为12.56厘米，AC两点把圆分成相等的两段弧，阴影部分（1）的面积与阴影部分（2）的面积相等，求平行四边形ABCD的面积。



2、如图所示，直径BC＝8厘米，AB＝AC，D为AC的中点，求阴影部分的面积。

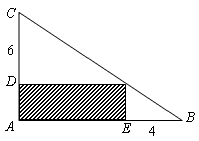


3、如图所示，AB＝BC＝8厘米，求阴影部分的面积。

**【答案】1.（12.56÷3.14÷2）2×3.14=12.56（cm2）**

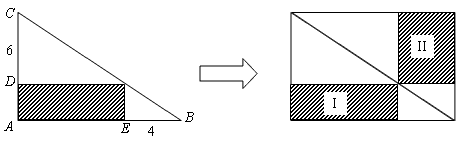
**2.（8÷2）2×3.14×=12.56（cm2）**

**3.（8÷2）2×3.14×+（8÷2）2×=20.56（cm2）**

**【例题4】**如图19－14所示，求阴影部分的面积（单位：厘米）。

**【思路导航】**我们可以把三角形ABC看成是长方形的一部分，把它还原成长方形后（如图所示）。

I和II的面积相等。

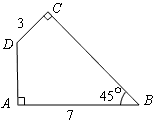


因为原大三角形的面积与后加上的三角形面积相等，并且空白部分的两组三角形面积分别相等，所以

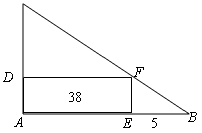
6×4＝24（平方厘米）

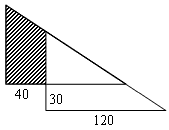
答：阴影部分的面积是24平方厘米。

**练习4：**

1、如图所示，求四边形ABCD的面积。

2、如图所示，BE长5厘米，长方形AEFD面积是38平方厘米。求CD的长度。



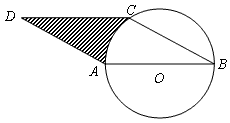
3、图是两个完全一样的直角三角形重叠在一起，按照图中的已知条件求阴影部分的面积（单位：厘米）。

**【答案】1.延长BC和AD相交于E，四边形ABCD面积7×7×-3×3×=20（cm2）**

**2.7.6cm**

**3.（120+120-40）×30÷2=3000（cm2）**

**【例题5】**如图所示，图中圆的直径AB是4厘米，平行四边形ABCD的面积是7平方厘米，∠ABC＝30度，求阴影部分的面积（得数保留两位小数）。



**【思路导航】**阴影部分的面积等于平行四边形的面积减去扇形AOC的面积，再减去三角形BOC的面积。

半径：4÷2＝2（厘米）

扇形的圆心角：180－（180－30×2）＝60（度）

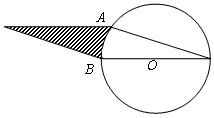
扇形的面积：2×2×3.14×60/360≈2.09（平方厘米）

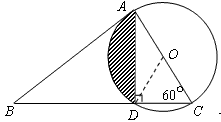
三角形BOC的面积：7÷2÷2＝1.75（平方厘米）

7－（2.09+1.75）＝3.16（平方厘米）

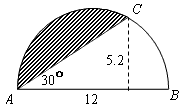
答：阴影部分的面积是3.16平方厘米。

**练习5：**

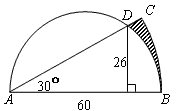
1、如图所示，∠1＝15度，圆的周长位62.8厘米，平行四边形的面积为100平方厘米。求阴影部分的面积（得数保留两位小数）。

2、如图所示，三角形ABC的面积是31.2平方厘米，圆的直径AC＝6厘米，BD：DC＝3：1。求阴影部分的面积。

3、如图所示，求阴影部分的面积（单位：厘米。得数保留两位小数）。



4、如图所示，求阴影部分的面积（单位：厘米。得数保留两位小数）。



**【答案】1.圆心角AOB度数是30°。平行四边形内一个小弓形的面积为（62.8÷3.14÷2）2×3.14×-100÷4=1.17（cm2）。阴影部分面积是100÷2-1.17=48.83（cm2）**

**2.圆心角AOD度数120°，扇形AOD面积是（6÷2）2×3.14×=9.42（cm2）**

**阴影面积：9.42-31.2××=5.52（cm2）**

**3.圆心角AOC度数120°，扇形AOC面积：（12÷2）2×3.14×=37.68（cm2）**

**三角形AOC面积是：（12÷2）×5.2×=15.6（cm2）**

**阴影面积：37.68-15.6=22.08（cm2）**

**4.圆心角BOC度数是60°，扇形ABD面积：602×3.14×=942（cm2）**

**三角形AOC面积是（60÷2）2×26×=390（cm2）**

**扇形BOC面积：（60÷2）2×3.14×=471（cm2）**

**阴影面积：942-390-471=81（cm2）**

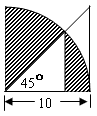
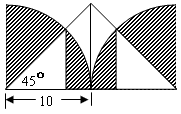
第20讲 面积计算

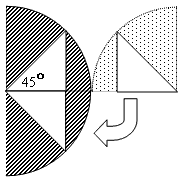
**一、知识要点**

对于一些比较复杂的组合图形，有时直接分解有一定的困难，这时，可以通过把其中的部分图形进行平移、翻折或旋转，化难为易。有些图形可以根据“容斥问题“的原理来解答。在圆的半径r用小学知识无法求出时，可以把“r2”整体地代入面积公式求面积。

**二、精讲精练**

**【例题1】**如图所示，求图中阴影部分的面积。



**【思路导航】**解法一：阴影部分的一半，可以看做是扇形中减去一个等腰直角三角形（如图），等腰直角三角形的斜边等于圆的半径，斜边上的高等于斜边的一半，圆的半径为20÷2＝10厘米

[3.14×102×1/4－10×（10÷2）]×2＝107（平方厘米）

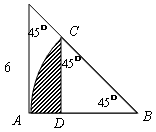
答：阴影部分的面积是107平方厘米。

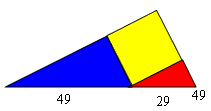
解法二：以等腰三角形底的中点为中心点。把图的右半部分向下旋转90度后，阴影部分的面积就变为从半径为10厘米的半圆面积中，减去两直角边为10厘米的等腰直角三角形的面积所得的差。

（20÷2）2×1/2－（20÷2）2×1/2＝107（平方厘米）

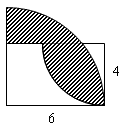
答：阴影部分的面积是107平方厘米。

**练习1：**

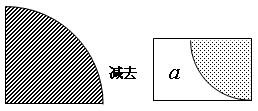
1、如图所示，求阴影部分的面积（单位：厘米）

2、如图所示，用一张斜边为29厘米的红色直角三角形纸片，一张斜边为49厘米的蓝色直角三角形纸片，一张黄色的正方形纸片，拼成一个直角三角形。求红蓝两张三角形纸片面积之和是多少？

**【答案】1.5.13（cm2） 2.710.5（cm2）**

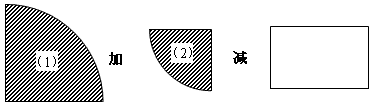
**【例题2】**如图所示，求图中阴影部分的面积（单位：厘米）。

**【思路导航】**解法一：先用长方形的面积减去小扇形的面积，得空白部分（a）的面积，再用大扇形的面积减去空白部分（a）的面积。如图所示。



3.14×62×1/4－（6×4－3.14×42×1/4）＝16.82（平方厘米）

解法二：把阴影部分看作（1）和（2）两部分如图20－8所示。把大、小两个扇形面积相加，刚好多计算了空白部分和阴影（1）的面积，即长方形的面积。

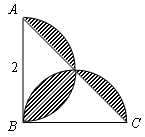


3.14×42×1/4+3.14×62×1/4－4×6＝16.28（平方厘米）

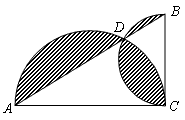
答：阴影部分的面积是16.82平方厘米。

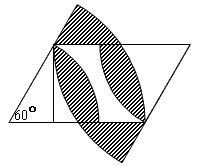
**练习2：**

1、如图所示，△ABC是等腰直角三角形，求阴影部分的面积（单位：厘米）。



2、如图所示，三角形ABC是直角三角形，AC长4厘米，BC长2厘米。以AC、BC为直径画半圆，两个半圆的交点在AB边上。求图中阴影部分的面积。



3、如图所示，图中平行四边形的一个角为600，两条边的长分别为6厘米和8厘米，高为5.2厘米。求图中阴影部分的面积。

**【答案】1.可以看作两个半圆重叠在一起，从中减去一个三角形面积，1.14（cm2）**

**2.3.85（cm2）3.用大小两个扇形面积的和减去一个平行四边形的面积，就得到阴影面积的一半。cm2**

**【例题3】**在图中，正方形的边长是10厘米，求图中阴影部分的面积。

**【思路导航】**解法一：先用正方形的面积减去一个整圆的面积，得空部分的一半（如图所示），再用正方形的面积减去全部空白部分。



空白部分的一半：10×10－（10÷2）2×3.14＝21.5（平方厘米）

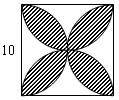
阴影部分的面积：10×10－21.5×2＝57（平方厘米）

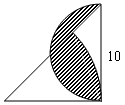
解法二：把图中8个扇形的面积加在一起，正好多算了一个正方形（如图所示），而8个扇形的面积又正好等于两个整圆的面积。

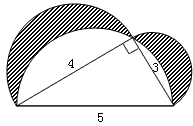
（10÷2）2×3.14×2－10×10＝57（平方厘米）

答：阴影部分的面积是57平方厘米。

**练习3：**

1、求下面各图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

2、求下面各图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。



3、求下面各图形中阴影部分的面积（单位：厘米）。

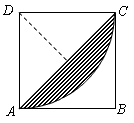
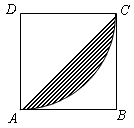
**【答案】1.四个半圆的面积减去一个正方形的面积：57（cm2）**

**2.半圆与扇形面积的和减去一个三角形面积：28.5（cm2）**

**3.整个图形的面积等于两个半圆的面积加上一个三角形的面积，用整个图形的面积减去一个最大半圆的面积就等于阴影面积：6cm2**

**【例题4】**在正方形ABCD中，AC＝6厘米。求阴影部分的面积。

**【思路导航】**这道题的难点在于正方形的边长未知，这样扇形的半径也就不知道。但我们可以看出，AC是等腰直角三角形ACD的斜边。根据等腰直角三角形的对称性可知，斜边上的高等于斜边的一半（如图所示），我们可以求出等腰直角三角形ACD的面积，进而求出正方形ABCD的面积，即扇形半径的平方。这样虽然半径未求出，但可以求出半径的平方，也可以把半径的平方直接代入圆面积公式计算。



既是正方形的面积，又是半径的平方为：6×（6÷2）×2＝18（平方厘米）

阴影部分的面积为：18－18×3.14÷4＝3.87（平方厘米）

答：阴影部分的面积是3.87平方厘米。

**练习4：**

1、如图所示，图形中正方形的面积是50平方厘米，分别求出每个图形中阴影部分的面积。



2、如图所示，图形中正方形的面积是50平方厘米，分别求出每个图形中阴影部分的面积。

3、如图所示，正方形中对角线长10厘米，过正方形两个相对的顶点以其边长为半径分别做弧。求图形中阴影部分的面积（试一试，你能想出几种办法）。



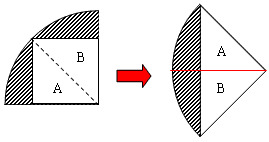
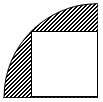
**【答案】1.（50÷4）×3.14=39.25（cm2）**

**2.50×3.14×=10.75（cm2）**

**3.10×（10÷2）×3.14××2-10×（10÷2）=28.5（cm2）**

**【例题5】**在图的扇形中，正方形的面积是30平方厘米。求阴影部分的面积。

**【思路导航】**阴影部分的面积等于扇形的面积减去正方形的面积。可是扇形的半径未知，又无法求出，所以我们寻求正方形的面积与扇形面积的半径之间的关系。我们以扇形的半径为边长做一个新的正方形（如图所示），从图中可以看出，新正方形的面积是30×2＝60平方厘米，即扇形半径的平方等于60。这样虽然半径未求出，但能求出半径的平方，再把半径的平等直接代入公式计算。

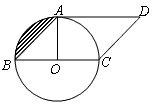


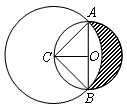
3.14×（30×2）×1/4－30＝17.1（平方厘米）

答：阴影部分的面积是17.1平方厘米。

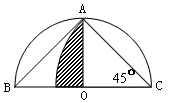
**练习5：**

1、如图所示，平行四边形的面积是100平方厘米，求阴影部分的面积。



2、如图所示，O是小圆的圆心，CO垂直于AB,三角形ABC的面积是45平方厘米，求阴影部分的面积。

3、如图所示，半圆的面积是62.8平方厘米，求阴影部分的面积。



**【答案】1.100÷2×3.14×-100×=14.25（cm2）**

**2.45cm2 3.11.4cm2**

# 第21周抓“不变量”解题

**一、知识要点**

一些分数的分子与分母被施行了加减变化，解答时关键要分析哪些量变了，哪些量没有变。抓住分子或分母，或分子、分母的差，或分子、分母的和等等不变量进行分析后，再转化并解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**将的分子与分母同时加上某数后得，求所加的这个数。

**解法一**：因为分数的分子与分母加上了一个数，所以分数的分子与分母的差不变，仍是18，所以，原题转化成了一各简单的分数问题：“一个分数的分子比分母少18，切分子是分母的，由此可求出新分数的分子和分母。”

分母：（61-43）÷（1－）＝81

分子：81×＝63

81-61＝20或63-43＝20

**解法二**：的分母比分子多18，的分母比分子多2，因为分数的与分母的差不变，所以将的分子、分母同时扩大（18÷2=）9倍。

的分子、分母应扩大：（61-43）÷（9-7）＝9（倍）

约分后所得的在约分前是：＝＝

所加的数是81-61＝20

答：所加的数是20。

**练习1：**

1、分数的分子和分母都减去同一个数，新的分数约分后是，那么减去的数是多少？

2、分数的分子、分母同加上一个数后得，那么同加的这个数是多少？

3、的分子、分母加上同一个数并约分后得，那么加上的数是多少？

4、将这个分数的分子、分母都减去同一个数，新的分数约分后是，那么减去的数是多少？

**【例题2】**将一个分数的分母减去2得，如果将它的分母加上1，则得，求这个分数。

**解法一**：因为两次都是改变分数的分母，所以分数的分子没有变化，由“它的分母减去2得”可知，分母比分子的倍还多2。由“分母加1得”可知，分母比分子的倍少1，从而将原题转化成一个盈亏问题。

分子：（2+1）÷（－）=12

分母：12×-1＝17

**解法二**：两个新分数在未约分时，分子相同。

①将两个分数化成分子相同的分数，且使分母相差3。＝＝，＝

②原分数的分母是：

18-1＝17或15+2＝17

答：这个分数为。

**练习2**：

1、将一个分数的分母加上2得，分母加上3得。原来的分数是多少？

2、将一个分数的分母加上3得，分母加上2得。原来的分数是多少？

3、将一个分数的分母加上5得，分母加上4得。原来的分数是多少？

4、将一个分数的分母减去9得，分母减去6得。原来的分数是多少？

**【例题3】**在一个最简分数的分子上加一个数，这个分数就等于。如果在它的分子上减去同一个数，这个分数就等于，求原来的最简分数是多少。

**解法一**：两个新分数在未约分时，分母相同。将这两个分数化成分母相同的分数，即=，=。根据题意，两个新分数分子的差应为2的倍数，所以分别想和的分子和分母再乘以2。所以

＝＝，＝＝

故原来的最简分数是。

**解法二：**根据题意，两个新分数的和等于原分数的2倍。所以

（+）÷2＝

答：原来的最简分数是。

**练习3：**

1、一个最简分数，在它的分子上加一个数，这个分数就等于。如果在它的分子上减去同一个数，这个分数就等于，求这个分数。

2、一个最简分数，在它的分子上加一个数，这个分数就等于。如果在它的分子上减去同一个数，这个分数就等于，求这个分数。

3、一个分数，在它的分子上加一个数，这个分数就等于。如果在它的分子上减去同一个数，这个分数就等于，求这个分数。

**【例题4】**将一个分数的分母加3得，分母加5得。原分数是多少？

**解法一**：两个新分数在未约分时，分子相同。将两个分数化成分子相同的分数，即＝，＝。根据题意，两个新分数的分母应相差2，而现在只相差1，所以分别将和的分子和分母再同乘以2。则＝＝，＝＝。所以，原分数的分母是（54－3＝）51。原分数是。

**解法二**：因为分子没有变，所以把分子看做单位“1”。分母加3后是分子的，分母加5后是分子的，因此，原分数的分子是（5－3）÷（－）＝42。原分数的分母是42÷7×9-3=51，原分数是。

**练习4：**

1、一个分数，将它的分母加5得，加8得，原来的分数是多少？（用两种方法）

2、将一个分数的分母减去3，约分后得；若将它的分母减去5，则得。原来的分数是多少？（用两种方法做）

3、把一个分数的分母减去2，约分后等于。如果给原分数的分母加上9，约分后等于。求原分数。

**【例题5】**有一个分数，如果分子加1，这个分数等于；如果分母加1，这个分数就等于，这个分数是多少？

根据“分子加1，这个分数等于”可知，分母比分子的2倍多2；根据“分母加1这个分数就等于”可知，分母比分子的3倍少1。所以，这个分数的分子是（1+2）÷（3-2）=3，分母是3×2+2=8。所以，这个分数是。

**练习5：**

1、一个分数，如果分子加3，这个分数等于，如果分母加上1，这个分数等于，这个分数是多少？

2、一个分数，如果分子加5，这个分数等于，如果分母减3，这个分数等于，这个分数是多少？

3、一个分数，如果分子减1，这个分数等于；如果分母加11，这个分数等于，这个分数是多少？

**答案：**

**练1**

**1、 41 2、17 3、 37 4、 16**

**练2**

**1、 2、 3、 4、**

**练3**

**1、 2、 3、**

**练4**

**1、 2、 3、**

**练5**

**1、 2、 3、**

# 第22周特殊工程问题

**一、知识要点**

有些工程题中，工作效率、工作时间和工作总量三者之间的数量关系很不明显，这时我们就可以考虑运用一些特殊的思路，如综合转化、整体思考等方法来解题。

**二、精讲精练**

**【例题1】**修一条路，甲队每天修8小时，5天完成；乙队每天修10小时，6天完成。两队合作，每天工作6小时，几天可以完成？

把前两个条件综合为“甲队40小时完成”，后两个条件综合为“乙队60小时完成”。则

1÷[+]÷6=4（天）

或1÷[（+）×6]=4（天）

答：4天可以完成。

**练习1**：

1、修一条路，甲队每天修6小时，4天可以完成；乙队每天修8小时，5天可以完成。现在让甲、乙两队合修，要求2天完成，每天应修几小时？

2、一项工作，甲组3人8天能完成，乙组4人7天也能完成。现在由甲组2人和乙组7人合作，多少天可以完成？

3、货场上有一堆沙子，如果用3辆卡车4天可以完成，用4辆马车5天可以运完，用20辆小板车6天可以运完。现在用2辆卡车、3辆马车和7辆小板车共同运两天后，全改用小板车运，必须在两天内运完。问：后两天需要多少辆小板车？

**【例题2】**有两个同样的仓库A和B，搬运一个仓库里的货物，甲需要10小时，乙需要12小时，丙需要15小时。甲和丙在A仓库，乙在B仓库，同时开始搬运。中途丙转向帮助乙搬运。最后，两个仓库同时搬完，丙帮助甲、乙各多少时间？

设搬运一个仓库的货物的工作量为“1”。总整体上看，相当于三人共同完成工作量“2”

①三人同时搬运了

2÷（++）=8（小时）

②丙帮甲搬了

（1-×8）÷=3（小时）

③丙帮乙搬了

8-3=5（小时）

答：丙帮甲搬了3小时，帮乙搬了5小时。

**练习2：**

1、师、徒两人加工相同数量的零件，师傅每小时加工自己任务的，徒弟每小时加工自己任务的。师、徒同时开始加工。师傅完成任务后立即帮助徒弟加工，直至完成任务，师傅帮徒弟加工了几小时？

2、有两个同样的仓库A和B，搬运一个仓库里的货物，甲需要18小时，乙需要12小时，丙需要9小时。甲、乙在A仓库，丙在B仓库，同时开始搬运。中途甲又转向帮助丙搬运。最后，两个仓库同时搬完。甲帮助乙、丙各多少小时？

3、甲、乙两人同时加工一批零件，完成任务时，甲做了全部零件的，乙每小时加工12个零件，甲单独加工这批零件要12小时，这批零件有多少个？

**【例题3】**一件工作，甲独做要20天完成，乙独做要12天完成。这件工作先由甲做了若干天，然后由乙继续做完，从开始到完工共用了14天。这件工作由甲先做了几天？

**解法一**：根据两人做的工作量的和等于单位“1”列方程解答，很容易理解。

**解**：设甲做了x天，则乙做了（14-x）天。

x+×（14-x）=1

X=5

**解法二：**假设这14天都由乙来做，那么完成的工作量就是×14，比总工作量多了×14-1=，乙每天的能够做量比甲每天的工作两哦了-=，因此甲做了÷=5（天）

**练习3：**

1、一项工程，甲独做12天完成，乙独做4天完成。若甲先做若干天后，由乙接着做余下的工程，直至完成全部任务，这样前后共用了6天，甲先做了几天？

2、一项工程，甲队单独做需30天完成，乙队单独做需40天完成。甲队单独做若干天后，由乙队接着做，共用35天完成了任务。甲、乙两队各做了多少天？

3、一项工程，甲独做要50天，乙独做要75天，现在由甲、乙合作，中间乙休息几天，这样共用40天完成。求乙休息的天数。

**【例题4】**甲、乙两人合作加工一批零件，8天可以完成。中途甲因事停工3天，因此，两人共用了10天才完成。如果由甲单独加工这批零件，需要多少天才能完成？

**解法一：**先求出乙的工作效率，再求出甲的工作效率。最后求出甲单独做需要的天数。

①甲、乙同时做的工作量为×（10-3）＝

②乙单独做的工作量为1－＝

③乙的工作效率为÷3=

④甲的工作效率为－＝

⑤甲单独做需要的天数为1÷＝12（天）

**解法二：**从题中得知，由于甲停工3天，致使甲、乙两人多做了（10-8=）2天。由此可知，甲3天的工作量相当于这批零件的2÷8=1/4

3÷[（10-8）÷8]=12（天）或

3×[8÷（10-8）]=12（天）

答：甲单独做需要12天完成。

**练习4：**

1、甲、乙两人合作某项工程需要12天。在合作中，甲因输请假5天，因此共用15天才完工。如果全部工程由甲单独去干，需要多少天才能完成？

2、一段布，可以做30件上衣，也可做48条裤子。如果先做20件上衣后，还可以做多少条裤子？

3、一项工程，甲、乙合作6小时可以完成，同时开工，中途甲通工了2.5小时，因此，经过7.5小时才完工。如果这项工程由甲单独做需要多少小时？

4、一项工程，甲先单独做2天，然后与乙合作7天，这样才完成全工程的一半，已知甲、乙工作效率的比是3：2，如果这件工作由乙单独做，需要多少天才能完成？

**【例题5】**放满一个水池的水，如果同时开放①②③号阀门，15小时放满；如果同时开放①③⑤号阀门，12小时可以放满；如果同时开放②④⑤号阀门，8小时可以放满。问：同时开放这五个阀门几小时可以放满这个水池？

从整体入手，比较条件中各个阀门出现的次数可知，①③号阀门各出现3次，②④⑤号阀门各出现2次。如果+++再加一个，则是五个阀门各放3小时的总水量。

1÷[（++++）÷3]=1÷[÷3]=6（小时）

**练习5：**

1、完成一件工作，甲、乙合作需15小时，乙、丙两人合作需12小时，甲、丙合作需10小时。甲、乙丙三人合作需几小时才能完成？

2、一项工程，甲干3天，乙干5天可以完成，甲干5天、乙干3天可完成。甲、乙合干需几天完成？

3、完成一件工作，甲、乙两人合作需20小时，乙、丙两人合作需28小时，丙、丁两人合作需30小时。甲、丁两人合作需几小时？

4、一项工程，由一、二、三小队合干需18天完成，由二、三、四小队合干需15天完成，由一、二、四小队合干需12天完成，由一、三、四小队合干需20天完成。由第一小队单独干需要多少天？

**答案：**

**练1**

**1、1÷（+）÷2＝7.5小时**

**2、1÷（×2+×7）＝3天**

**3、（1）共同运两天后，还剩这堆黄沙的**

**1－（×2+×5+×7）×2＝**

**（2）后两天需要小板车：÷（×2）＝15辆**

**练2**

**1、2÷（+）－10＝2小时**

**2、2÷（++）＝8小时**

**甲帮乙：（1－×8）÷＝6小时**

**甲帮丙：（1－×8）÷＝2小时**

**3、解法一：12×（÷）÷（1－）＝240个**

**解法二：12÷（8－5）×5×12＝240个**

**练3**

**1、（×6－1）÷（－）＝3天**

**2、甲：（1－×35）÷（－）＝15天**

**乙：35－15＝20天**

**3、40－（1－×40）÷＝25天**

**练4**

**1、5×【12÷（15－12）】＝20天**

**2、48－48÷30×20＝16条**

**3、2.5×【6÷（7.5－6）】＝10小时**

**练5**

**1、1÷【（++）÷2】＝8小时**

**2、1÷【（+）÷（3+5）】＝9.6天**

**3、1÷（+－）＝21小时**

**4、1÷【（+++）÷3－】＝54天**

# 第23周周期工程问题

**一、知识要点**

周期工程问题中，工作时工作人员（或物体）是按一定顺序轮流交替工作的。解答时，首先要弄清一个循环周期的工作量，利用周期性规律，使貌似复杂的问题迅速地化难为易。其次要注意最后不满一个周期的部分所需的工作时间，这样才能正确解答。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一项工程，甲单独做需要12小时，乙单独做需要18小时。若甲做1小时后乙接替甲做1小时，再由甲接替乙做1小时……两人如此交替工作，问完成任务时需共用多少小时？

把2小时的工作量看做一个循环，先求出循环的次数。

①需循环的次数为：1÷（+）=＞7（次）

②7个循环后剩下的工作量是：1-（+）×7=

③余下的工作两还需甲做的时间为：÷=（小时）

④完成任务共用的时间为：2×7+=14（小时）

答：完成任务时需共用14小时。

**练习1**：

1、一项工程，甲单独做要6小时完成，乙单独做要10小时完成。如果按甲、乙；甲、乙……的顺序交替工作，每次1小时，需要多少小时才能完成？

2、一部书稿，甲单独打字要14小时，乙单独打字要20小时。如果先由甲打1小时，然后由乙接替甲打1小时；再由甲接替乙打1小时……两人如此交替工作，打完这部书稿共需用多少小时？

3、一项工作，甲单独完成要9小时，乙单独完成要12小时。如果按照甲、乙；甲、乙……的顺序轮流工作，每人每次工作1小时，完成这项工程的2/3共要多少时间？

**【例题2】**一项工程，甲、乙合作26天完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流做，恰好用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做，比上次轮流做要多半天才能完成。这项工程由甲单独做要多少天才能完成？

由题意可以推出“甲先”的轮流方式，完成时所用的天数为奇数，否则不论“甲先”还是“乙先”，两种轮流方式完成的天数必定相同。根据“甲先”的轮流方式为奇数，两种轮流方式的情况可表示如下：

甲乙甲乙……甲乙甲

乙甲乙甲……乙甲乙甲

竖线左边做的天数为偶数，谁先做没关系。竖线右边可以看出，乙做一天等于甲做半天，即甲的工作效率是乙的2倍。

①甲每天能做这项工程的1÷26×=

②甲单独做完成的时间1÷=40（天）

答：这项工程由甲单独做需要40天才能完成。

**练习2：**

1、一项工程，乙单独做20天可以完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样轮流交替做，也恰好用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多半天才能完成。这项工程由甲独做几天可以完成？

2、一项工程，甲单独做6天可以完成。如果第一天甲做，第二天乙做，这样轮流交替做，恰好也用整数天完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多天才能完成。这项工程由甲、乙合作合作几天可以完成？

3、一项工程，甲、乙合作12小时可以完成。如果第一小时甲做，第二小时乙做，这样轮流交替做，也恰好用整数小时完成。如果第一小时乙做，第二小时甲做，这样轮流交替做，比上次轮流做要多小时才能完成。这项工程由甲独做几小时可以完成？

4、蓄水池有一跟进水管和一跟排水管。单开进水管5小时灌满一池水，单开排水管3小时排完一池水。现在池内有半池水，如果按进水、排水；进水、排水……的顺序轮流依次各开1小时，多少小时后水池的水刚好排完？

**【例题3】**一批零件，如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流做，恰好用整数天数完成。如果第一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩60个不能完成。已知甲、乙工作效率的比是5：3。甲、乙每天各做多少个？

由题意可以推出“甲先”的轮流方式，完成时所用的天数为奇数，否则不论“甲先”还是“乙先”，两种轮流方式完成的天数必定相同。根据“甲先”的轮流方式为奇数，两种轮流方式的情况可表示如下：

甲乙甲乙……甲乙甲

乙甲乙甲……乙甲乙剩60个

竖线左边做的天数为偶数，谁先做没关系。竖线右边可以看出，剩下的60个零件就是甲、乙工作效率的差。

甲每天做的个数为：60÷（5-3）×5=150（个）

乙每天做的个数为：60÷（5-3）×3=90（个）

答：甲每天做150个，乙每天做90个。

**练习3**：

1、一批零件如果第一天师傅做，第二天徒弟做，这样交替轮流做，恰好用整数天完成。如果第一天徒弟做，第二天师傅做，这样交替轮流做，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩84个不能完成。已知师、徒工作效率的比是7：4。师、徒二人每天各做多少个？

2、一项工程，如果第一天甲做，第二天乙做，这样交替轮流恰好用整数天完成。如果死一天乙做，第二天甲做，这样交替轮流做要多天才能完成。如果让甲、乙二人合作，只需2天就可以完成。现在，由乙独做需要几天才能完成？

3、红星机械厂有1080个零件需要加工。如果第一小时让师傅做，第二小时让徒弟做，这样交替轮流，恰好整数小时可以完成。如果第一小时让徒弟做，第二小时让师傅做，这样交替轮流，做到上次轮流完成时所用的天数后，还剩60个不能完成。如果让师、徒二人合作，只需3小时36分就能完成。师、徒每小时各能完成多少个？

**【例题4】**打印一部稿件，甲单独打要12小时完成，乙单独打要15小时完成。现在，甲、乙两人轮流工作。甲工作1小时，乙工作2小时；甲工作2小时，乙工作1小时；甲工作1小时，乙工作2小时……如此这样交替下去，打印这部书稿共要多少小时？

根据已知条件，我们可以把6小时的工作时间看做一个循环。在每一个循环中，甲、乙都工作了3小时。

①每循环一次，他们共完成全部工程的（+）×3＝

②总工作量里包含几个9/20：1÷=2

③甲、乙工作两个循环后，剩下全工程的1-×2＝

④由于＞，所以，求甲工作1小时后剩下的工作由乙完成还需的时间为（-）÷＝

⑤打印这部稿件共需的时间为：6×2+1+=13（小时）

答：打印这部稿件共需13小时。

**练习4**：

1、一个水池安装了甲、乙两根进水管。单开甲管，24分钟能包空池灌满；单开乙管，18分钟能把空池灌满。现在，甲、乙两管轮流开放，按照甲1分钟，乙2分钟，甲2分钟，乙1分钟，甲1分钟，乙2分钟……如此交替下去，灌满一池水共需几分钟？

2、一件工作，甲单独做，需12小时完成；乙单独做需15小时完成。现在，甲、乙两人轮流工作，甲工作2小时，乙工作1小时；甲工作1小时，乙工作2小时；甲工作2小时，乙工作1小时……如此交替下去，完成这件工作共需多少小时？

3、一项工程，甲单独做要50天完工，乙单独做需60天完工。现在，自某年的3月2日两人一起开工，甲每工作3天则休息1天，乙每工作5天则休息一天，完成全部工程的为几月几日？

4、一项工程，甲工程队单独做完要150天，乙工程队单独做完需180天。两队合作时，甲队做5天，休息2天，乙队做6天，休息1天。完成这项工程要多少天？

**【例题5】**有一项工程，由甲、乙、丙三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用0.5天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做13天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

由题意可以推出：按甲、乙、丙次序轮做，能够的天数必定是3的倍数余1或余2。如果是3的倍数，三种轮流方式完工的天数，必定相同。如果按甲、乙、丙的次序轮流做，用的天数是3的倍数余1。三种轮流方式做的情况可表示如下：

甲乙丙，甲乙丙，……甲乙丙，甲

乙丙甲，乙丙甲，……乙丙甲，乙丙

丙甲乙，丙甲乙，……丙甲乙，丙甲

从中可以退出：丙=甲；由于乙=甲－丙=甲－甲×，又推出乙=甲；与题中“三个工程队的工效各不相同”矛盾。所以，按甲、乙、丙的次序轮做，用的天数必定是3的倍数余2。三种轮流方式用的天数必定如下所示：

甲乙丙，甲乙丙，……甲乙丙，甲乙

乙丙甲，乙丙甲，……乙丙甲，乙丙甲

丙甲乙，丙甲乙，……丙甲乙，丙甲乙

由此推出：丙=甲，丙=乙

①丙队每天做这项工程的×=

②乙队每天做这项工程的÷=

③甲、乙、丙合作完工需要的时间为1÷（++）=5（天）

答：甲、乙、丙合作要5天完工。

**练习5**：

1、有一项工程，由三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好用整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做7天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

2、有一项工程，由三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知甲单独做10天完成。且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲、乙、丙合作要多少天完工？

3、有一项工程，由甲、乙、丙三个工程队每天轮做。原计划按甲、乙、丙次序轮做，恰好整数天完成呢感。如果按乙、丙、甲次序轮做。比原计划多用天；如果按丙、甲、乙次序做，比原计划多用天。已知这项工程由甲、乙、丙三个工程队同时合作，需13天可以完成，且3个工程队的工效各不相同。这项工程由甲独做需要多少天才能完成？

4、蓄水池装有甲、丙两根进水管和乙、丁两根排水管。要注满一池水，单开甲管需要3小时，单开丙管需要5小时。要排光一池水，单开乙管要4小时，单开丁管要6小时。现知池内有池水，如果按甲、乙、丙、丁，甲、乙、丙、丁……的顺序轮流各开1小时，多长时间后水开始溢出水池？

**答案：**

**练1**

1、（1）需循环的次数

1÷（+）＝＞3

（2）3个循环后剩下的工作量

1－（+）×3＝

（3）最后由乙做的时间

（－）÷＝小时

（4）需要的总时间

2×3+1+＝7小时

2、（1）需循环的次数

1÷（+）＝＞8

（2）3个循环后剩下的工作量

1－（+）×8＝

（3）最后由乙做的时间

÷＝小时

（4）需要的总时间

2×8+＝16小时

3、（1）需循环的次数

÷（+）＝＞3

（2）3个循环后剩下的工作量

－（+）×3＝

（3）最后由乙做的时间

÷＝小时

（4）需要的总时间

2×3+＝6小时

**练2**

1、提示：甲的效率是乙的2倍

20÷2＝10天

2、提示：乙的效率是甲的

1÷【×（1－）+】＝3天

3、提示：乙的效率是甲的

1÷（1÷12×）＝21小时

4、（1）需几个周期

÷（－）×3＝＞3

（2）3个周期后剩下的水

－（－）×3＝

（3）需要的时间

2×3+1+（+）÷＝7小时

**练3**

1、师傅：84÷（7－4）×7＝196个

徒弟：84÷（7－4）×4＝112个

2、提示：乙的效率是甲的（1－）＝

1÷（1÷2×）＝7天

3、 3小时36分＝3小时

师、徒效率和：1080÷3＝300个

师傅每小时的个数：（300+60）÷2＝180个

徒弟每小时的个数：（300－60）÷2＝120个

**练4**

1、提示：把6分钟看作一个循环

（1）每循环一次的工作量

（+）×（1+2）＝

（2）总工作量里面有几个

1÷＝3

（3）3个循环后剩下的工作量

1－×3＝

（4）一共需要的时间

6×3+1+（－）÷＝20分钟

2、提示：把6分钟看作一个循环

（1）1个循环的工作量

（+）×（1+2）＝

（2）总工作量里面有几个

1÷＝2

（3）3个循环后剩下的工作量

1－×2＝

（4）一共需要的时间

6×2+÷＝13小时

说明：2个循环后，是由甲接着干2小时，所以直接用÷

3、提示：把12天看作一个循环

12天中甲的工作量

×（3+3+3）＝

12天中乙的工作量

×（5+5）＝

总共需要的天数

÷（+）＝2

（12天减去最后休息的1天）

12×2－1＝23天

完成全部任务的为3月24日。

4、提示：把7天看作一个周期

1÷（×5+×6）＝15

7×15－1＝104天

**练5**

1、提示：按甲、乙、丙的顺序轮流做，所用的整数天数为3的倍数余2，否则与题意不符。由此推出丙的效率是甲的，丙的效率也是乙的。

（1）丙的工作效率×＝

（2）乙的工作效率÷＝

（3）甲、乙、丙三队合做的天数1÷（++）＝2天

2、提示：按甲、乙、丙的顺序轮流做，所用的整数天数为3的倍数余1，否则与题意矛盾。由此可以推出丙的效率是甲的，乙的效率是甲的。

（1）丙的效率×＝

（2）乙的效率×（1－×）＝

（3）甲、乙、丙三队合做的天数1÷（++）＝4天

3、由题意可以推出，丙的效率是甲的＝，丙的效率是乙的，进而推出甲、乙、丙工作效率的比是4：3：2。

1÷（1÷13×）＝31天

4、提示：每四个水管轮流打开后，水池中的水不能超过，否则开甲管的过程中水池里的水就会溢出。

（1）水池里的水超过时需要几个循环

（－）÷（－+－）＝＞4

（2）循环5次以后，池中水占

+（－+－）×5＝

（3）总共需要的时间

4×5+（1－）÷＝20小时

# 第24周 比较大小

**一、知识要点**

我们已经掌握了基本的比较整数、小数、分数大小的方法。本周将进一步研究如何比较一些较复杂的数或式子的值的大小。

解答这种类型的题目，需要将原题进行各种形式的转化，再利用一些不等式的性质进行推理判断。如：a＞b＞0，那么a的平方＞b的平方；如果a＞b＞0，那么＜；如果＞1，b＞0，那么a＞b等等。

比较大小时，如果要比较的分数都接近1时，可先用1减去原分数，再根据被减数相等（都是1），减数越小，差越大的道理判断原分数的大小。

如果两个数的倒数接近，可以先用1分别除以这两个数。再根据被除数相等，商越小，除数越大的道理判断原数的大小。

除了将比较大小转化为比差、比商等形式外，还常常要根据算式的特点将它作适当的变形后再进行判断。

**二、精讲精练**

**【例题1】**比较和的大小。

这两个分数的分子与分母各不相同，不能直接比较大小，使用通分的方法又太麻烦。由于这里的两个分数都接近1，所以我们可先用1分别减去以上分数，再比较所得差的大小，然后再判断原来分数的大小。

因为1－=，1－=

＞

所以＜。

**练习1：**

1、比较和的大小。

2、将，，，按从小到大的顺序排列出来。

3、比较和的大小。

**【例题2】**比较和哪个分数大？

可以先用1分别除以这两个分数，再比较所得商的大小，最后判断原分数的大小。

因为1÷＝＝10

1÷＝＝10

10＞10

所以＜

**练习2：**

1、比较A＝和B＝的大小

2、比较和的大小

3、比较和的大小。

**【例题3】**比较和的大小。

两个分数中的分子与分子、分母与分母都较为接近，可以根据通分的原理，用交叉相乘法比较分数的大小。

因为12345×98765

＝12345×98761+12345×4

＝12345×98761+49380

12346×98761

＝12345×98761+98760

而 98761＞49380

所以12346×98761＞12345×98765

则＜

**练习3**

1、比较和的大小。

2、如果A＝，B＝，那么A与B中较大的数是\_\_\_\_\_\_\_.

3、试比较与的大小。

**【例题4】**已知A×15×1＝B×÷×15＝C×15.2÷＝D×14.8×。A、B、C、D四个数中最大的是.

求A、B、C、D四个数中最大的数，就要找15×1，÷×15，15.2÷，14.8×中最小的。

15×1＞15

15.2÷＞15

÷×15＝13

14.8×＝14.6

答：因为÷×15的积最小，所以B最大。

**练习4**

1、已知A×1＝B×90％＝C÷75％＝D×＝E÷1。把A、B、C、D、E这5个数从小到大排列，第二个数是\_\_\_\_\_\_.

2、有八个数，0.，，，0.5，，是其中的六个数，如果从小到大排列时，第四个数是0.5111…，那么从大到小排列时，第四个数是哪个？

3、在下面四个算式中，最大的得数是几？

（1）（+）×20 （2）（+）×30

（3）（+）×40 （4）（+）×50

**【例题5】**图24－1中有两个红色的正方形，两个蓝色的正方形，它们的面积已在图中标出（单位：平方厘米）。问：红色的两个正方形面积大还是蓝色的两个正方形面积大？

19962

19922

**红蓝**

19972

19932

**红蓝**

通过计算结果再比较大小自然是可以，但比较麻烦。我们可以采取间接比较的方法。

19972－19972 ＝（1997+1966）×（1997－1996）

＝3993

19932－19922 ＝（1993+1992）×（1993－1992）

＝3985

因为19972－19972 ＞19932－19922

所以19972+19972 ＞19932+19922

**练习5**

1、如图24－2所示，有两个红色的圆和两个蓝色的圆。红色的两圆的直径分别是1992厘米和1949厘米，蓝色的两圆的直径分别是1990厘米和1951厘米。问：红色的两圆面积之和大，还是蓝色的两圆面积之和大？

2、如图24－3所示，正方形被一条曲线分成了A、B两部分，如果x＞y，是比较A、B两部分周长的大小。

3、问××××…×与相比，哪个更大？为什么？

蓝

A

B

红

**x**

Y

红

蓝

**图24－2 图24－3**

**答案：**

**练1**

1、＞

2、＜＜＜

3、＞

**练2**

1、＞

2、＜

3、＞

**练3**

1、＞

2、＜

3、＜

**练4**

1、六个已知的数的大到小排列是＞＞＞0.＞0.5＞，因为0.5是八个数从小到大排列的第四个，说明另外两个数一定比0.5小，所以这八个数中第四个大的数是0.。

2、（3）的积最大

**练5**

1、红色两圆的面积大

2、B的周长大。

3、××××…×＜。

# 第25周最大最小问题

**一、知识要点**

人们碰到的各种优化问题、高效低耗问题，最终都表现为数学上的极值问题，即小学阶段的最大最小问题。最大最小问题设计到的知识多，灵活性强，解题时要善于综合运用所学的各种知识。

**二、精讲精练**

**【例题1】**a和b是小于100的两个不同的自然数，求的最大值。

根据题意，应使分子尽可能大，使分母尽可能小。所以b=1；由b=1可知，分母比分子大2，也就是说，所有的分数再添两个分数单位就等于1，可见应使所求分数的分数单位尽可能小，因此a=99

的最大值是=

答：的最大值是。

**练习1：**

1、设x和y是选自前100个自然数的两个不同的数，求的最大值。

2、a和b是小于50的两个不同的自然数，且a＞b，求的最小值。

3、设x和y是选自前200个自然数的两个不同的数，且x＞y，①求的最大值；②求的最小值。

**【例题2】**有甲、乙两个两位数，甲数等于乙数的。这两个两位数的差最多是多少？

甲数：乙数=：=7：3，甲数的7份，乙数的3份。由甲是两位数可知，每份的数量最大是14，甲数与乙数相差4份，所以，甲、乙两数的差是14×（7-3）=56

答：这两个两位数的差最多是56。

**练习2：**

1、有甲、乙两个两位数，甲数的等于乙数的。这两个两位数的差最多是多少？

2、甲、乙两数都是三位数，如果甲数的恰好等于乙数的。这两个两位数的和最小是多少？

3、加工某种机器零件要三道工序，专做第一、二、三道工序的工人每小时分别能做48个、32个、28个，要使每天三道工序完成的个数相同，至少要安排多少工人？

**【例题3】**如果两个四位数的差等于8921，就是说这两个四位数组成一个数对。问：这样的数对共有多少个？

在这些数对中，被减数最大是9999，此时减数是9999－8921＝1078，被减数和剑术同时减去1后，又得到一个满足题意条件的四位数对。为了保证减数是四位数，最多可以减去78，因此，这样的数对共有78+1＝79个。

答：这样的数对共有79个。

**练习3**

1、两个四位数的差是8921。这两个四位数的和的最大值是多少？

2、如果两个三位数的和是525，就说这两个三位数组成一个数对。那么这样的数对共有多少个？组成这样的数对的两个数的差最小是多少？最大是多少？

3、如果两个四位数的差是3456，就说这两个数组成一个数对。那么，这样的数对共有多少个？组成这样的数对的两个数的和最大是多少？最小是多少？

**【例题4】**三个连续自然数，后面两个数的积与前面两个数的积之差是114。这三个数中最小的是多少？

因为：最大数×中间数－最小数×中间数＝114，即：（最大数－最小数）×中间数＝114

而三个连续自然数中，最大数－最小数＝2，因此，中间数是114÷2＝57，最小数是57－1＝56

答：最小数是56。

**练习4**

1、桑连续的奇数，后两个数的积与前两个数的积之差是252。三个数中最小的数是\_\_\_\_\_\_.

2、a、b、c是从小到大排列的三个数，且a－b＝b－c，前两个数的积与后两个数的积之差是280。如果b＝35，那么c是\_\_\_\_\_。

3、被分数，，除得的结果都是整数的最小分数是\_\_\_\_\_\_。

**【例题5】**三个数字能组成6个不同的三位数。这6个三位数的和是2886。求所有这样的6个三位数中的最小的三位数。

因为三个数字分别在百位、十位、个位各出现了2次。所以，2886÷222能得到三个数字的和。

设三个数字为a、b、c，那么6个不同的三位数的和为

abc+acb+bac+bca+cab+cba

＝（a+b+c）×100×2+（a+b+c）×100×2+（a+b+c）×100×2

＝（a+b+c）×222

＝2886

即a+b+c＝2886÷222＝13

答：所有这样的6个三位数中，最小的三位数是139。

**练习5**

1、有三个数字能组成6个不同的三位数。这6个不同的三位数的和是3108。所有这样的6个三位数中最大的一个是多少？

2、有三个数字能组成6个不同的三位数。这6个不同的三位数的和是2220。所有这样的6个三位数中最小的一个是多少？

3、用a、b、c能组成6个不同的三位数。这6个三位数相加的和是2886。已知a、b、c三个数字中，最大的数字是最小数字的2倍，这6个三位数中最小的数是多少？

**答案：**

**练1**

1、 2、 3、（1）399 （2）

**练2**

1、甲、乙两数的比是8：3，甲数最大是96 ，差最大是60。

2、甲、乙两数的比是3：10，甲数最小是102，和最小是442。

3、一、二、三道工序所需的工人数的比是：：＝14：21：24，所以至少安排14+21+24＝59个工人。

**练3**

1、9999+（9999－8921）＝11077

2、较小的数最大是（521－1）÷2＝262，100～262共有163个自然数,所以共有163对,两个数的差最大是525－100－100＝325

3、数对共有9999－3456－1000+1＝5544个，两个数的和最大是9999－3456+9999＝16542，两个数的和最小是1000+3456+1000＝5456

**练4**

1、最大数－最小数＝4 中间数＝252÷4＝63 最小数＝63－2＝61

2、根据题意可得（a－c）×b＝280，进而可以推出a－c＝280÷b＝280÷35＝8，所以，c＝35－8÷2＝31

3、所求的分数，它的分子是6，5，10的最小公倍数，分母是7，14，21的最大公约数，所以答案是。

**练5**

1、符合题意的三个数字之和是3108÷222＝14，因此，所有这样的6个三位数中最大的一个是941（三个数字不能有0，否则就不能排出6个不同的三位数）。

2、三个数字的和是2220÷222＝10，最小的一个是127。

3、最小的数是346。

# 第26周乘法和加法原理

**一、知识要点**

在做一件事情时，要分几步完成，而在完成每一步时又有几种不同的方法，要知道完成这件事一共有多少种方法，就用乘法原理来解决。做一件事时有几类不同的方法，而每一类方法中又有几种可能的做法就用加法原理来解决。

**二、精讲精练**

**【例题1】**由数字0，1，2，3组成三位数，问：

①可组成多少个不相等的三位数？

②可组成多少个没有重复数字的三位数？

在确定组成三位数的过程中，应该一位一位地去确定，所以每个问题都可以分三个步骤来完成。

①要求组成不相等的三位数，所以数字可以重复使用。百位上不能取0，故有3种不同的取法：十位上有4种取法，个位上也有4种取法，由乘法原理共可组成3×4×4=48个不相等的三位数。

②要求组成的三位数没有重复数字，百位上不能取0，有三种不同的取法，十位上有三种不同的取法，个位上有两种不同的取法，由乘法原理共可组成3×3×2=18个没有重复数字的三位数。

**练习1：**

1、有数字1，2，3，4，5，6共可组成多少个没有重复数字的四位奇数？

2、在自然数中，用两位数做被减数，一位数做减数，共可组成多少个不同的减法算式？

3、由数字1，2，3，4，5，6，7，8，可组成多少个：

①三位数；

②三位偶数；

③没有重复数字的三位偶数；

④百位是8的没有重复数字的三位数；

⑤百位是8的没有重复数字的三位偶数。

**【例题2】**有两个相同的正方体，每个正方体的六个面上分别标有数字1，2，3，4，5，6。将两个正方体放在桌面上，向上的一面数字之和为偶数的有多少种情形？

要使两个数字之和为偶数，就需要这两个数字的奇、偶性相同，即两个数字同为奇数或偶数。所以，需要分两大类来考虑：

两个正方体向上一面同为奇数的共有3×3=9（种）不同的情形；

两个正方体向上一面同为偶数的共有3×3=9（种）不同的情形；

两个正方体向上一面同为偶数的共有3×3+3×3=18（种）不同的情形。

**练习2：**

**1、**在1—1000的自然数中，一共有多少个数字1？

2、在1—500的自然数中，不含数字0和1的数有多少个？

3、十把钥匙开十把锁，但不知道哪把钥匙开哪把锁，问最多试开多少次，就能把锁和钥匙配起来？

4、由数字0，1，2，3，4可以组成多少个没有重复数字的三位偶数？

**【例题3】**书架上层有6本不同的数学书，下层有5本不同的语文书，若任意从书架上取一本数学书和一本语文书，有多少种不同的取法？

从书架上任取一本数学书和一本语文书，可分两个步骤完成，第一步先取数学书，有6种不同的方法，而这6种的每一种取出后，第二步再取语文书，又有5种不同的取法，这样共有6个5种取法，应用乘法计算6×5=30（种），有30种不同的取法。

**练习3：**

1、商店里有5种不同的儿童上衣，4种不同的裙子，妈妈准备为女儿买上衣一件和裙子一条组成一套，共有多少种不同的选法？

2、小明家到学校共有5条路可走，从学校到少年宫共有3条路可走。小明从家出发，经过学校然后到少年宫，共有多少种不同的走法？

3、张师傅到食堂吃饭，主食有2种，副食有6种，主、副食各选一种，他有几种不同的选法？

**【例题4】**在2，3，5，7，9这五个数字中，选出四个数字，组成被3除余2的四位数，这样的四位数有多少个？

从五个数字中选出四个数字，即五个数字中要去掉一个数字，由于原来五个数字相加的和除以3余2，所以去掉的数字只能是3或9。

去掉的数字为3时，即选2，5，7，9四个数字，能排出4×3×2×1=24（个）符合要求的数，去掉的数字为9时也能排出24个符合要求得数，因此这样的四位数一共有24+24=48（个）

**练习4：**

1、在1，2，3，4，5这五个数字中，选出四个数字组成被3除余2的四位数，这样的四位数有多少个？

2、在1，2，3，4，5这五个数字中，选出四个数字组成能被3整除的四位数，这样的四位数有多少个？

3、在1，4，5，6，7这五个数字中，选出四个数字组成被3除余1的四位数，这样的四位数有多少个？

**【例题5】**从学校到少年宫有4条东西的马路和3条南北的马路相通（如图），小明从学校出发到少年宫（只许向东或向南行进），最后有多少种走法？

为了方便解答，把图中各点用字母表示如图。根据小明步行规则，显然可知由A到T通过AC边上的各点和AN边上的各点只有一条路线，通过E点有两条路线（即从B点、D点来各一条路线），通过H点有3条路线（即从E点来有二条路线，从G点来有一条路线），这样推断可知通过任何一个交叉点的路线总数等于通过该点左边、上方的两邻接交叉点的路线的总和，因此，可求得通过S点有4条路线，通过F点有3条路线……由此可见，由A点通过T点有10条不同的路线，所以小明从学校到少年宫最多有10种走法。

**练习5：**

1、从学校到图书馆有5条东西的马路和5条南北的马路相通（如图）。李菊从学校出发步行到图书馆（只许向东或向南行进），最多有多少种走法？

2、某区的街道非常整齐（如图），从西南角A处走到东北角B处，要求走最近的路，一共有多少种不同的走法？

3、如图有6个点，9条线段，一只小虫从A点出发，要沿着某几条线段爬到F点。行进中，同一个点或同一条线段只能经过一次，这只小虫最多有多少种不同的走法？

**答案：**

**练1**

1、3×5×4×3＝180个

2、90×9＝810个

3、8×8×8＝512个 4×8×8＝256个

4×7×6＝168个 1×7×6＝42个 1×3×6＝18个

**练2**

1、9180+3＝192个

2、8+8×8+3×8×8＝264个

3、9+8+7+6+5+4+3+2+1＝45次

**练3**

1、24个 2、42个 3、48个 48个

**练4**

1、48个 2、24个 3、72个

**练5**

1、12个 2、18个 3、30个 12个

# 第27周表面积与体积（一）

**一、知识要点**

小学阶段所学的立体图形主要有四种长方体、正方体、圆柱体和圆锥体。从平面图形到立体图形是认识上的一个飞跃，需要有更高水平的空间想象能力。因此，要牢固掌握这些几何图形的特征和有关的计算方法，能将公式作适当的变形，养成“数、形”结合的好习惯，解题时要认真细致观察，合理大胆想象，正确灵活地计算。

在解答立体图形的表面积问题时，要注意以下几点：

（1）充分利用正方体六个面的面积都相等，每个面都是正方形的特点。

（2）把一个立体图形切成两部分，新增加的表面积等于切面面积的两倍。反之，把两个立体图形粘合到一起，减少的表面积等于粘合面积的两倍。

（3）若把几个长方体拼成一个表面积最大的长方体，应把它们最小的面拼合起来。若把几个长方体拼成一个表面积最小的长方体，应把它们最大的面拼合起来。

**二、精讲精练**

**【例题1】**从一个棱长10厘米的正方体木块上挖去一个长10厘米、宽2厘米、高2厘米的小长方体，剩下部分的表面积是多少？

这是一道开放题，方法有多种：

①按图27-1所示，沿着一条棱挖，剩下部分的表面积为592平方厘米。



②按图27-2所示，在某个面挖，剩下部分的表面积为632平方厘米。



③按图27-3所示，挖通某两个对面，剩下部分的表面积为672平方厘米。



**练习1：**

1、从一个长10厘米、宽6厘米、高5厘米的长方体木块上挖去一个棱长2厘米的小正方体，剩下部分的表面积是多少？

2、把一个长为12分米，宽为6分米，高为9分米的长方体木块锯成两个想同的小厂房体木块，这两个小长方体的表面积之和，比原来长方体的表面积增加了多少平方分米？

3、在一个棱长是4厘米的立方体上挖一个棱长是1厘米的小正方体后，表面积会发生怎样的变化？

**【例题2】**把19个棱长为3厘米的正方体重叠起来，如图27-4所示，拼成一个立体图形，求这个立体图形的表面积。

要求这个复杂形体的表面积，必须从整体入手，从上、左、前三个方向观察，每个方向上的小正方体各面就组合成了如下图形（如图27-5所示）。



而从另外三个方向上看到的面积与以上三个方向的面积是相等的。整个立体图形的表面积可采用（S上+S左+S前）×2来计算。

（3×3×9+3×3×8+3×3×10）×2

=（81+72+90）×2

=243×2

=486（平方厘米）

答：这个立体图形的表面积是486平方厘米。

**练习2：**

1、用棱长是1厘米的立方体拼成图27-6所示的立体图形。求这个立体图形的表面积。



2、一堆积木（如图27-7所示），是由16块棱长是2厘米的小正方体堆成的。它们的表面积是多少平方厘米？

图27－7

3、一个正方体的表面积是384平方厘米，把这个正方体平均分割成64个相等的小正方体。每个小正方体的表面积是多少平方厘米？

**【例题3】**把两个长、宽、高分别是9厘米、7厘米、4厘米的相同长方体，拼成一个大长方体，这个大长方体的表面积最少是多少平方厘米？

把两个相同的大长方体拼成一个大厂房体，需要把两个相同面拼合，所得大厂房体的表面积就减少了两个拼合面的面积。要使大长方体的表面积最小，就必须使两个拼合面的面积最大，即减少两个9×7的面。

（9×9+9×4+7×4）×2×2—9×7×2

=（63+36+28）×4—126

=508—126

=382（平方厘米）

答：这个大厂房体的表面积最少是382平方厘米。

**练习3：**

1、把底面积为20平方厘米的两个相等的正方体拼成一个长方体，长方体的表面积是多少？

2、将一个表面积为30平方厘米的正方体等分成两个长方体，再将这两个长方体拼成一个大长方体。求大长方体的表面积是多少。

3、用6块（如图27-8所示）长方体木块拼成一个大长方体，有许多种做法，其中表面积最小的是多少平方厘米？



图27-8

**【例题4】**一个长方体，如果长增加2厘米，则体积增加40立方厘米；如果宽增加3厘米，则体积增加90立方厘米；如果高增加4厘米，则体积增加96立方里，求原长方体的表面积。

我们知道：体积=长×宽×高；由长增加2厘米，体积增加40立方厘米，可知宽×高=40÷2=20（平方厘米）；由宽增加3厘米，体积增加90立方厘米，可知长×高=90÷3=30（平方厘米）；由高增加4厘米，体积增加96立方厘米，可知长×宽=96÷4=24（平方厘米）。而长方体的表面积=（长×宽+长×高+宽×高）×2=（20+30+24）×2=148（平方厘米）。即

40÷2=20（平方厘米）

90÷3=30（平方厘米）

96÷4=24（平方厘米）

（30+20+24）×2

=74×2

=148（平方厘米）

答：原长方体的表面积是148平方厘米。

**练习4：**

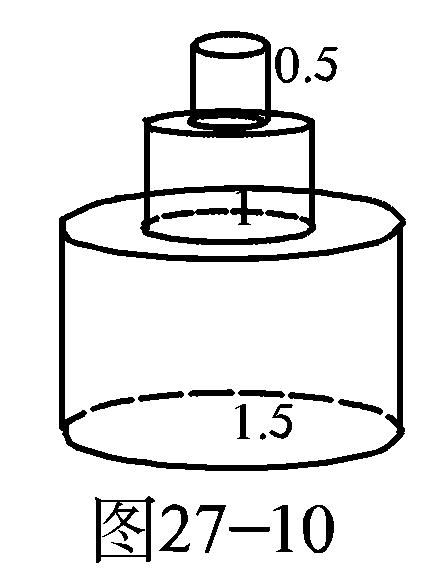
1、一个长方体，如果长减少2厘米，则体积减少48立方厘米；如果宽增加5厘米，则体积增加65立方厘米；如果高增加4厘米，则体积增加96立方厘米。原来厂房体的表面积是多少平方厘米？

2、一个厂房体木块，从下部和上部分别截去高为3厘米和2厘米的长方体后，便成为一个正方体，其表面积减少了120平方厘米。原来厂房体的体积是多少立方厘米？

3、有一个厂房体如下图所示，它的正面和上面的面积之和是209。如果它的长、宽、高都是质数，这个长方体的体积是多少？



图27－9

**【例题5】**如图27-10所示，将高都是1米，底面半径分别为1.5米、1米和0.5米的三个圆柱组成一个物体。求这个物体的表面积。

如果分别求出三个圆柱的表面积，再减去重叠部分的面积，这样计算比较麻烦。实际上三个向上的面的面积和恰好是大圆柱的一个底面积。这样，这个物体的表面积就等于一个大圆柱的表面积加上中、小圆柱的侧面积。

3.14×1.5×1.5×2+2×3.14×1.5×1+2×3.14×1×1+2×3.14×0.5×1

=3.14×（4.5+3+2+1）

=3.14×10.5

=32.97（平方米）

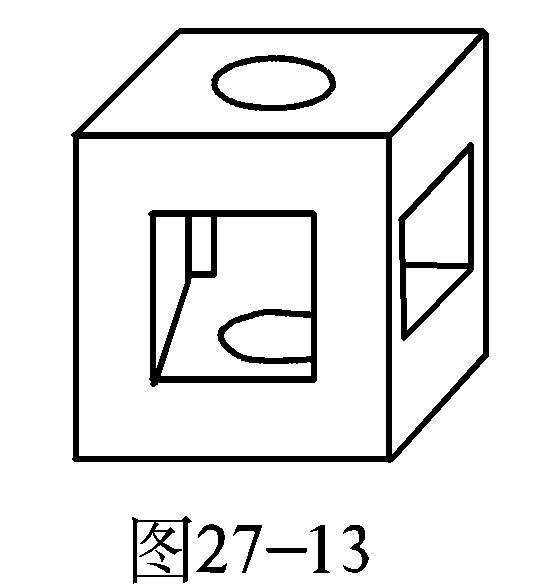
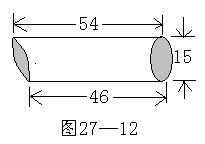
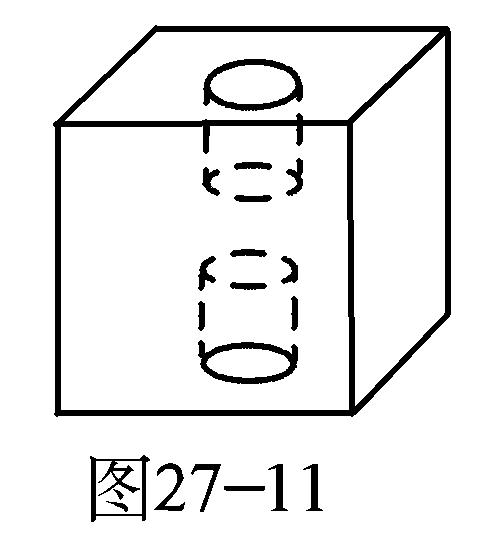
答：这个物体的表面积是32.97平方米。

**练习5：**

1、一个棱长为40厘米的正方体零件（如图27-11所示）的上、下两个面上，各有一个直径为4厘米的圆孔，孔深为10厘米。求这个零件的表面积。

2、用铁皮做一个如图27-12所示的工件（单位：厘米），需用铁皮多少平方厘米？

3、如图27-13所示，在一个立方体的两对侧面的中心各打通一个长方体的洞，在上、下侧面的中心打通一个圆柱形的洞。已知立方体棱长为10厘米，侧面上的洞口是边长为4厘米的正方形，上、下侧面的洞口是直径为4厘米的圆，求该立方体的表面积和体积（π取3.14）。



**答案：**

练1

1、切下一块后，切口处的表面减少了前、后、上面3个1×1的正方形，新增加了左右下面三个1×1的正方形，所以表面积大小不变。

2、4×4×6－2×2×2＝92平方厘米

3、中心挖去的洞的体积是：12×3×3－13×2＝7立方厘米，挖洞后木块的体积：33－7＝20立方厘米，中心挖洞后每面增加的面积是12×4－12＝3平方厘米，挖洞后木块的表面积：（32+3）×6＝72平方厘米。

练2

1、从三个不同的方向看，得到图答27－1：

从上往下看从前往后看从左往右看

（1×1×12+1×1×8+1×1×7）×2＝54平方厘米

2、（2×2×9+2×2×9+2×2×7）×2＝200平方厘米

3、因为64＝4×4×4，所以大正方形的棱长等于小正方形棱长的4被，那么大正方体的表面积是小正方体的4×4＝16倍，小正方体的表面积是：384÷16＝24平方厘米

练3

1、将正方体分为两个长方体，表面积就增加了2个30÷6＝15平方厘米，拼成大正方体，表面积将减少两个拼合面的面积，正好是1个30÷6＝15平方厘米，所以大长方体的表面积是30+30+6＝35平方厘米。

2、要是表面积最小，就要尽可能地把大的面拼合在一起。表面积最小的拼法有如图答27－2两种：表面积都是（3×3+3×4×2）×2＝66平方厘米。

3、设大长方体的宽和高为x分米，长为2x分米，左面和右面的面积就是x2平方分米。其余的面积为2x2平方分米，根据题意，大长方体的表面积是：8x2+8×2x2＝600 x＝5

大长方体的体积是：5×5×2×5＝250立方分米

练4

1、（48÷2+65÷5+96÷4）×2＝122平方厘米

2、减少的表面积实质是高度分别为2厘米和3厘米的前、后、左、右四个面的面积之和。把两个合并起来，用120÷（2+3）＝24厘米，求到正方体底面的周长，正方体的棱长就是24÷4＝6厘米。圆长方体的体积是：6×6×（6+3+2）＝396立方厘米

3、长方体正面及上面的面积之和恰好等于这个长方体的长×（宽+高），209＝11×19，所以长＝11，宽+高＝19，或长＝19，宽+高＝11，根据题意，宽和高只能是17和2，长方体的体积就是11×17×2＝374

练5

1、402×6+3.14×4×10×2＝9651.2平方厘米

2、用两个同样的工件可拼成图答27－3的圆柱体。

3.14×15×（46+54）÷2＝2355平方厘米

3、立方体的表面积和是：6×102－42×4－2×3.14×（）2＝510.88平方厘米

打洞后增加的面积是：

3.14×4×（10－4）+4×（10－4）×4×2+42×2－3.14×（）2×2＝274.24平方厘米

表面积是：510.88+274.24＝785.12平方厘米

体积是：103－42×10×2+43－3.14×（）2×（10－4）＝668.64平方厘米

# 第28周表面积与体积（二）

**一、知识要点**

解答立体图形的体积问题时，要注意以下几点：

（1）物体沉入水中，水面上升部分的体积等于物体的体积。把物体从水中取出，水面下降部分的体积等于物体的体积。这是物体全部浸没在水中的情况。如果物体不全部浸在水中，那么派开水的体积就等于浸在水中的那部分物体的体积。

（2）把一种形状的物体变为另一种形状的物体后，形状变了，但它的体积保持不变。

（3）求一些不规则形体体积时，可以通过变形的方法求体积。

（4）求与体积相关的最大、最小值时，要大胆想象，多思考、多尝试，防止思维定。

**二、精讲精练**

**【例题1】**有大、中、小三个正方体水池，它们的内边长分别为6米、3米、2米。把两堆碎石分别沉在中、小水池里，两个水池水面分别升高了6厘米和4厘米。如果将这两堆碎石都沉在大水池里，大水池的水面升高多少厘米？

中、小水池升高部分是一个长方体，它的体积就等同于碎石的体积。两个水池水面分别升高了6厘米和4厘米，两堆碎石的体积就是3×3×0.06+2×2×0.04=0.7（立方米）。把它沉到大水池里，水面升高部分的体积也就是0.7立方米，再除以它的底面积就能求得升高了多少厘米。

3×3×0.06+2×2×0.04=0.7（立方米）

0.7÷6的平方=7/360（米）=1又17/18（厘米）

答：大水池的水面升高了1又17/18厘米。

**练习1：**

1、有大、中、小三个正方体水池，它们的内边长分别为4米、3米、2米。把两堆碎石分别沉没在中、小水池的水中，两个水池的水面分别升高了4厘米和11厘米，如果将这两堆碎石都沉没在大水池中，那么大水池水面将升高多少厘米？

2、用直径为20厘米的圆钢，锻造成长、宽、高分别为30厘米、20厘米、5厘米的长方体钢板，应截取圆钢多长（精确到0.1厘米）？

3、将表面积为54平方厘米、96平方厘米、150平方厘米的三个铁质正方体熔铸成一个大正方体（不计损耗），求这个大正方体的体积。

**【例题2】**一个底面半径是10厘米的圆柱形瓶中，水深8厘米，要在瓶中放入长和宽都是8厘米、高是15厘米的一块铁块，把铁块竖放在水中，水面上升几厘米？

在瓶中放铁块要考虑铁块是全部沉入水中，还是部分沉入水中。如果铁块是全部沉入水中，排开水的体积是8×8×15=960（立方厘米）。而现在瓶中水深是8厘米，要淹没15厘米高的铁块，水面就要上升15—8=7（厘米），需要排开水的体积是（3.14×10×10—8×8）×7=1750（立方厘米），可知铁块是部分在水中。

当铁块放入瓶中后，瓶中水所接触的底面积就是3.14×10×10—8×8=250（平方厘米）。水的形状变了，但体积还是3.14×10×10×8=2512（立方厘米）。水的高度是2512÷250=10.048（厘米），上升10.048—8=2.048（厘米）

3.14×10×10×8÷（3.14×10×10—8×8）—8

=2512÷250—8

=10.048—8

=2.048（厘米）

答：水面上升了2.048厘米。

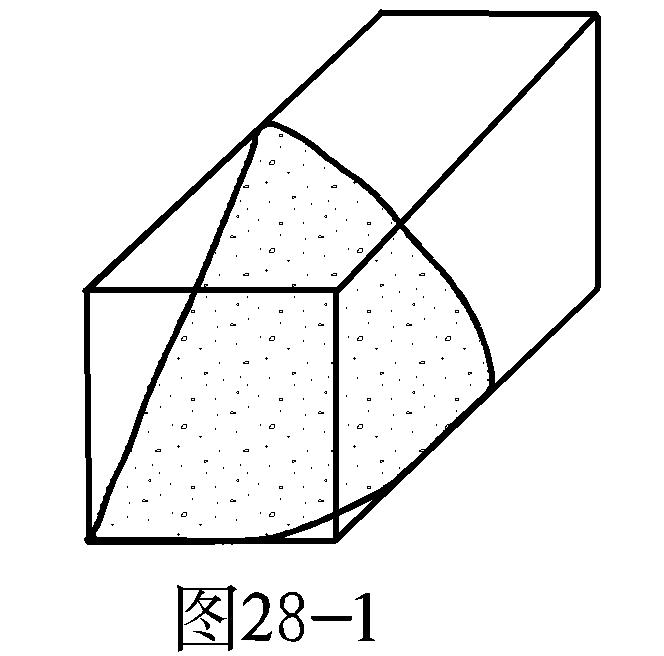
**练习2：**

1、一个底面积是15平方厘米的玻璃杯中装有高3厘米的水。现把一个底面半径是1厘米、高5厘米的圆柱形铁块垂直放入玻璃杯水中，问水面升高了多少厘米（∏取3）？

2、一个圆柱形玻璃杯内盛有水，水面高2.5厘米，玻璃杯内侧的底面积市2平方里。在这个杯中放进棱长6厘米的正方形铁块后，水面没有淹没铁块，这时水面高多少厘米？

3、在底面是边长为60厘米的正方形的一个长方形容器里，直立放着一个长100厘米、底面边长为15厘米的正方形的四棱柱铁棍。这时容器里的水50厘米深。现在把铁棍轻轻地向上方提起24厘米，露出睡眠的四棱柱铁棍浸湿部分长多少厘米？

**【例题3】**某面粉厂有一容积是24立方米的长方体储粮池，它的长是宽或高的2倍。当贴着它一最大的内侧面将面粉堆成一个最大的半圆锥体时，求这堆面粉的体积（如图28-1所示）。



设圆锥体的底面半径是r，则长方体的高和宽也都是r，长是2r。长方体的容积是2r×r×r=24，即r的立方=12。这个半圆锥体的体积是1/3×∏r的平方×r÷2=1/6∏r的立方，将r的立方=12代入，就可以求得面粉的体积。

设圆锥体的底面半径是r，则长方体的容积是2r×r×r=24，r的立方=12。

1/3×3.14×r的平方×r÷2

=1/6×3.14×r的立方

=1/6×3.14×12

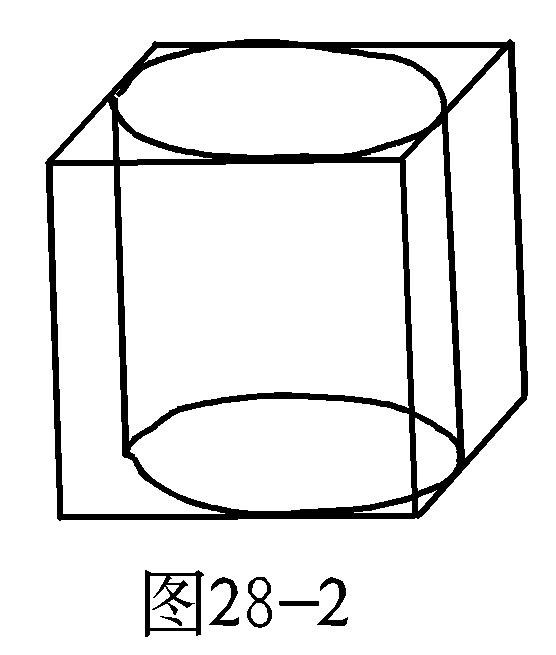
=6.28（立方米）

答：这堆面粉的体积是6.28立方米。

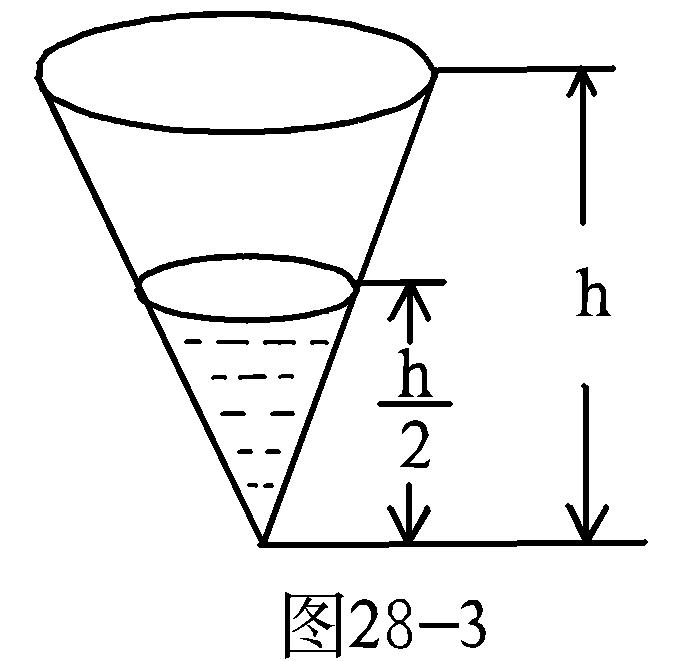
**练习3：**

1、已知一个圆锥体的底面半径和高都等于一正方体的棱长，这个正方体的体积是216立方分米。求这个圆锥体的体积。

2、一个正方体的纸盒中如图28-2所示，恰好能装入一个体积6.28立方厘米的圆柱体。纸盒的容积有多大（∏取3.14）？



3、如图28-3所掷，圆锥形容器中装有3升水，水面告诉正好是圆锥高读的一半。这个容器还能装多少水？



**【例题4】**如果把12件同样的长方体物品打包，形成一件大的包装物，有几种包装方法？怎样打包物体的表面积最小呢？







设长方体物品的长、宽、高分别是a、b、c，并且a＞b＞c（入土28-4）。比较“3×4”和“2×6”两种包法。图28-5中大长方体表面积为6ab+8ac+24bc①，图28-6中大长方体的表面积为4ab+12ac+24bc②，两个式子中都曲调相同的部分4ab+8ac+24bc后，①式与②式的大小要看2ab与4ac的大小。（1）当b=2c时，2ab=￥ac，两种包法相同。（2）当b＜2c时，“3×4”的包法表面积最小。（3）当b＞2c时，“2×6”的包法表面积最小。

**练习4：**

1、如果把长8厘米，宽7厘米，高3厘米的2件同样的长方体物品打包，形成一件大的包装物，有几种包装方法？怎样打包，物体的表面积最小？

2、一个精美小礼品盒的形状是长9厘米，宽6厘米，高4厘米的长方体。请你帮厂家设计一个能装10个小礼品盒的大纸箱，你觉得怎样设计比较合理？为什么？

3、一包香烟的形状是长方体，它的长是9厘米，宽是5厘米，高是2厘米。把10 包香烟包装在一起形成一个大长方体，称为一条。可以怎样包装？算一算需要多少包装纸（包转念能够纸的重叠部分忽略不计）。你认为哪一种包装比较合理？

**【例题5】**一只集装箱，它的内尺寸是18×18×18。现在有批货箱，它的外尺寸是1×4×9。问这只集装箱能装多少只货箱？

因为集装箱内尺寸18不是货箱尺寸4的倍数，所以，只能先在18×16×18的空间放货箱，可放18×16×18÷（1×4×9）=144（只）。这时还有18×2×18的空间，但只能在18×2×16的空间放货箱，可放18×2×16÷（1×4×9）=16（只）。最后剩下18×2×2的空间无法再放货箱，所以最多能装144+16=160（只）。

18×16×18÷（1×4×9）+18×2×16÷（1×4×9）

=144+16

=160（只）

答：这只集装箱能装160只货箱。

**练习5：**

1、有一个长方体的盒子，从里面量长为40厘米、宽为12厘米、高为7厘米。在这个盒子里放长5厘米、宽4厘米、高3厘米的长方体木块，最多可放几块？

2、从一个长、宽、高分别为21厘米、15厘米、12厘米的厂房体上面，尽可能大地切下一个正方体，然后从剩余的部分再尽可能大地切下一个正方体，最后再从第二次剩余的部分尽可能大地切下一个正方体，剩下的体积是多少立方厘米？

3、现有一张长40厘米、宽20厘米的长方形铁皮，请你用它做一只深是5厘米的长方体无盖铁皮盒（焊接处及铁皮厚度不计，容积越大越好），你做出的铁皮盒容积是多少立方厘米？

**答案：**

练1

1、（32×0.04+22×0.11）÷42＝0.05米＝5厘米

2、30×20×5÷【3.14×（）2】≈9.6厘米

3、大正方体的体积等于三个小正方体的体积之和。

54÷6＝9平方厘米 9＝3×3

它的体积是3×3×3＝27平方厘米 96÷6＝16平方厘米

16＝4×4 它的体积是4×4×4＝64立方厘米

150÷6＝25平方厘米 25＝5×5

它的体积是5×5×5＝125立方厘米

27+64+125＝216立方厘米

练2

1、铁块全部放入水中，排水的体积是3×12×5＝15立方厘米，要使水面升高2厘米，铁块要排水（15－3×12）×2＝24立方厘米。可见，铁块不能全部放入水中。15×3÷（15－3×12）－3＝厘米

2、杯中水的体积是：72×2.5＝180立方厘米放入铁块后的底面积是72－62＝36平方厘米；水面的高：180÷36＝5厘米

3、容器中水的体积：（602－152）×50＝168750立方厘米；当铁棍提起后，仍浸在水中的部分长：（168750－602×24）÷（602－152）＝24.4厘米。露出水面的浸湿部分长：50－24.4＝25.6厘米

练3

1、设这个圆锥的底面半径为r，则正方体的体积为r3＝216，圆锥体的体积为：×∏×r2×r＝226.08立方分米

2、设圆柱体的底面半径为x，则正方体的棱长为2r。圆柱的体积是∏r2×2r＝6.28，即（2r）3＝8 r3＝8立方厘米

3、设容器的底面半径为r，则水面半径为。水的体积是：×∏（）2×＝3，即∏r2h＝72。容器的体积是×72＝24升，还能装24－3＝21升。

练4

1、20.56÷（1+1+3.14）＝4分米 3.14×（）2×4＝50.24立方分米

2、长方体中：

（1）高+宽＝（365－5）÷2＝180厘米

（2）高+长＝（405－5）÷2＝200厘米

（3）长+宽＝（485－5）÷2＝240厘米

（4）（2）－（1）得：200－180＝20厘米

长：（240+30）÷2＝130厘米

高：200－130＝70厘米

宽：240－130＝110厘米

130×110×70＝1001000立方厘米＝1.001立方米

3、瓶的容积相当于底面积相同、高为20+5＝25厘米的圆柱体的容积。饮料的体积相当于与瓶同底，高为20厘米的圆柱体的体积，所以饮料的体积占瓶容积的：＝。30×＝24立方分米

练5

1、长方体的盒子高是7厘米，正好是木块宽与高的和，长方体的宽12厘米，正好是木块宽与高的公倍数，采用如图答27－4所示的拼放法可以填满盒子。最多可放：40×12×7÷（5×4×3）＝56个

2、第一次切下的正方体棱长应是12厘米，留下的部分如图答27－5，其中较大的一块是长为21－12＝9厘米，宽为15厘米，高为12厘米的长方体。第二次切下的正方体棱长应是9厘米，留下的部分如图答27－6所示，较大的一块是长为9厘米，宽为15－9＝6厘米，高为12厘米的长方体。第三次切下的正方体棱长应是6厘米。上下的体积是：21×15×12－（123+ 93+ 63）＝1107立方厘米

3、制作这个铁盒的方法比较多，但容积不一样。

第一种是把铁皮的四角截去边长5厘米的正方形。它的体积是（40－5×2）×（20－5×2）×5＝1500立方厘米。

第二种是在铁皮的一侧角上截下两个边长5厘米的正方形，焊接到铁皮的另一侧的中间位置，这样做成的无盖铁皮盒长是40－4＝35厘米，体积是（40－5）×（20－5×2）×5＝1750立方厘米。如图27－7所示

第三种是在铁皮的两侧各截下一条宽为5厘米、长为20厘米的长方形铁皮分别焊接到上、下边上的中间部位，这样做成的无盖铁皮盒的长是40－5×4＝20厘米，宽是20厘米。体积是（40－5×4）×20×5＝2000立方厘米。如图答27－8所示。

# 第29周抽屉原理（一）

**一、知识要点**

如果给你5盒饼干，让你把它们放到4个抽屉里，那么可以肯定有一个抽屉里至少有2盒饼干。如果把4封信投到3个邮箱中，那么可以肯定有一个邮箱中至少有2封信。如果把3本联练习册分给两位同学，那么可以肯定其中有一位同学至少分到2本练习册。这些简单内的例子就是数学中的“抽屉原理”。

基本的抽屉原理有两条：（1）如果把x+k（k≥1）个元素放到x个抽屉里，那么至少有一个抽屉里含有2个或2个以上的元素。（2）如果把m×x×k（x＞k≥1）个元素放到x个抽屉里，那么至少有一个抽屉里含有m+1个或更多个元素。

利用抽屉原理解题时要注意区分哪些是“抽屉”？哪些是“元素”？然后按以下步骤解答：a、构造抽屉，指出元素。b、把元素放入（或取出）抽屉。C、说明理由，得出结论。

本周我们先来学习第（1）条原理及其应用。

**二、精讲精练**

**【例题1】**某校六年级有学生367人，请问有没有两个学生的生日是同一天？为什么？

把一年中的天数看成是抽屉，把学生人数看成是元素。把367个元素放到366个抽屉中，至少有一个抽屉中有2个元素，即至少有两个学生的生日是同一天。

平年一年有365天，闰年一年有366天。把天数看做抽屉，共366个抽屉。把367个人分别放入366个抽屉中，至少在一个抽屉里有两个人，因此，肯定有两个学生的生日是同一天。

**练习1：**

1、某校有370名1992年出生的学生，其中至少有2个学生的生日是同一天，为什么？

2、某校有30名学生是2月份出生的，能否至少有两个学生生日是在同一天？

3、15个小朋友中，至少有几个小朋友在同一个月出生？

**【例题2】**某班学生去买语文书、数学书、外语书。买书的情况是：有买一本的、二本的、也有三本的，问至少要去几位学生才能保证一定有两位同学买到相同的书（每种书最多买一本）？

首先考虑买书的几种可能性，买一本、二半、三本共有7种类型，把7种类型看成7个抽屉，去的人数看成元素。要保证至少有一个抽屉里有2人，那么去的人数应大于抽屉数。所以至少要去7+1=8（个）学生才能保证一定有两位同学买到相同的书。

买书的类型有：

买一本的：有语文、数学、外语3种。

买二本的：有语文和数学、语文和外语、数学和外语3种。

买三本的：有语文、数学和外语1种。

3+3+1=7（种）把7种类型看做7个抽屉，要保证一定有两位同学买到相同的书，至少要去8位学生。

**练习2：**

**1、**某班学生去买语文书、数学书、外语书、美术书、自然书。买书的情况是：有买一本的、二本的、三本或四本的。，问至少要去几位学生才能保证一定有两位同学买到相同的书（每种书最多买一本）？

2、学校图书室有历史、文艺、科普三种图书。每个学生从中任意借两本，那么至少要几个同学才能保证一定有两人所借的图书属于同一种？

3、一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的玻璃珠子，颜色有绿、红、黄三种，问最少要取出多少个珠子才能保证有两个同色的？

**【例题3】**一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的手套，颜色有黑、红、蓝、黄四种。问最少要摸出多少只手套才能保证有3副同色的？

把四种不同的颜色看成是4个抽屉，把手套看成是元素，要保证有1副同色的，就是1个抽屉里至少有2只手套，根据抽屉原理，最少要摸出5只手套。这时拿出1副同色的后，4个抽屉中还剩下3只手套。再根据抽屉原理，只要再摸出2只手套又能保证有一副手套是同色的，以此类推。

把四种颜色看成是4个抽屉，要保证有3副同色的，先考虑保证有一副就要摸出5只手套。这时拿出1副同色的后，4个抽屉中还剩下3只手套。根据抽屉原理，只要再摸出2只手套又能保证有一副手套是同色的。以此类推，要保证有3副同色的，共摸出的手套有

5+2+2=9（只）

答：最少要摸出9只手套才能保证有3副同色的。

**练习3：**

1、一只袋中装有许多规格相同但颜色不同的手套，颜色有黑、红、蓝、黄四种。问最少要摸出多少只手套才能保证有4副同色的？

2、布袋中有同样规格但颜色不同的袜子若干只。颜色有白、黑、蓝三种。问：最少要摸出多少只袜子，才能保证有3双同色的？

3、一个布袋里有红、黄、蓝色袜子各8只。每次从布袋中拿出一只袜子，最少要拿出多少只才能保证其中至少有2双不同袜子？

**【例题4】**任意5个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是4的倍数，这是为什么？

一个自然数除以4的余数只能是0，1，2，3。如果有2个自然数除以4的余数相同，那么这两个自然数的差就是4的倍数。

一个自然数除以4的余数可能是0，1，2，3，所以，把这4种情况看做时个抽屉，把任意5个不相同的自然数看做5个元素，再根据抽屉原理，必有一个抽屉中至少有2个数，而这两个数的余数是相同的，它们的差一定是4的倍数。所以，任意5个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是4的倍数。

**练习4：**

1、任意6个不相同的自然数，其中至少有两个数的差是5的倍数，这是为什么？

2、任意取几个不相同的自然数，才能保证至少有两个数的差是8的倍数？

3、证明在任意的（n+1）个不相同的自然数中，必有两个数之差为n的倍数。

**【例题5】**能否在图29-1的5行5列方格表的每个空格中，分别填上1，2，3这三个数中的任一个，使得每行、每列及对角线AD、BC上的各个数的和互不相同？

由图29-1可知：所有空格中只能填写1或2或3。因此每行、每列、每条对角线上的5个数的和最小是1×5=5，最大是3×5=15。从5到15共有11个互不相同的整数值，把这11个值看承11个抽屉，把每行、每列及每条对角线上的各个数的和看承元素，只要考虑元素和抽屉的个数就可得出结论是不可能的。因为每行、每列、每条对角线上的5个数的和最小是5，最大是15，从5到15共有11个互不相同的整数值。而5行、5列及两条对角线上的各个数的和共有12个，所以，这12条线上的各个数的和至少有两个是相同的。

**练习5：**

1、能否在6行6列方格表的每个空格中，分别填上1，2，3这三个数中的任一个，使得每行、每列及对角线上的各个数的和互不相同？为什么？

2、证明在8×8的方格表的每个空格中，分别填上3，4，5这三个数中的任一个，在每行、每列及对角线上的各个数的和中至少有两个和是相同的。

3、在3×9的方格图中（如图29-2所示），将每一个小方格涂上红色或者蓝色，不论如何涂色，其中至少有两列的涂色方式相同。这是为什么？

**答案：**

**练1**

1、 1992年共有366天，把它看成是366个抽屉，把370个人放入366个抽屉中，至少有一个抽屉里有两个人，因此其中至少有2个学生的生日是同一天的。

2、 2月份最多有29天，把它看作29个抽屉，把30名学生放入29个抽屉，至少有一个抽屉里有两个人，因此这30名学生中至少有两个学生的生日是在同一天。

3、一年有12个月，把12个月看作12个抽屉，把15个小朋友放入12个抽屉中，至少有一个抽屉里有两个小朋友，因此至少有2个小朋友是才同一个月出生。

**练2**

1、买书的类型中买一本的有4种，买二本的有6种，买三本的有4种，买4本的有一种，共有4+6+4+1＝15种情况。把种15种情况看出15个抽屉，要保证有两位同学买到相同的书，至少要去16位学生。

2、从三周图书种任意借2本，只有6种情况。要保证有两个所借的图书属于同一种，至少要7个学生。

3、玻璃珠子的颜色有三种，要保证有2个同色，最少应取出4只珠子。

**练3**

1、思路同例3，最少要摸出11只手套才能保证有4付同色的。

2、把三种颜色看作3个抽屉，要保证有一双同色的就要摸出4只袜子，这时拿出1双同色的后，3个抽屉中还剩2只袜子。以后，只要再摸出2只袜子就可保证有一双同色的。因此，要保证有3双同色的，最少要摸4+2+2＝8只袜子。

3、袋中有三种袜子时。每次从袋中拿出一只袜子，有可能拿出8只都是同一颜色。在余下两种颜色中要拿出一双同色的袜子，最少要取3只。因此，最少要拿出8+3＝11只才能保证其中至少有2双颜色不同的袜子。

**练4**

1、一个自然数除以5的余数可能是0、1、2、3、4，把这5种情况看做5个抽屉，6个不同的自然数放入这5个抽屉，必有一个抽屉中至少有两个数，这两数的余数是相同的，所以它们的差一定是5的倍数。

2、一个自然数除以8的余数可能是0、1、2、3、4、6、7，把这8种情况看做8个抽屉，要保证至少有两个数的差是8的倍数，就要保证至少有1个抽屉里有两个数，根据抽屉原理，要取9个不同的自然数，才能保证至少有两个数的差是8的倍数。

3、一个自然数除以n的余数可能是0、1、2、3、…..n－1，把这n种情况看作n个抽屉，把（n+1）个自然数反复如n个抽屉中去，则必有一个抽屉中有两个数，这两个数的余数相同，则它们的差一定能被n整除，也就是n的倍数。

**练5**

1、不可能。因为每行、每列、每条对角线上的6个数的和最小是6，最大是18。从6到18共有13个不同的整数值，而6行、6列及两条对角线上的各个数的和共有14个，所以这14条线上的各个数的和至少有两个是相同的。

2、因为每行、每列、每条对角线上的8个数的和最小是24，最大是40。从24到40共有17个互不相同的整数值，而8行、8列及两条对角线上的各个数的和共有18个，所以这14条线上的各个数的和至少有两个是相同的。

3、每个方格中可涂上红、蓝两种不同的颜色，每列3个方格的土色就有2×2×2＝8种不同情况，把这8种情况看做8个抽屉，根据抽屉原理，9列中至少有两列的土色方式是相同的。

# 第30周抽屉原理（二）

**一、知识要点**

在抽屉原理的第（2）条原则中，抽屉中的元素个数随着元素总数的增加而增加，当元素总数达到抽屉数的若干倍后，可用抽屉数除元素总数，写成下面的等式：

元素总数=商×抽屉数+余数

如果余数不是0，则最小数=商+1；如果余数正好是0，则最小数=商。

**二、精讲精练**

**【例题1】**幼儿园里有120个小朋友，各种玩具有364件。把这些玩具分给小朋友，是否有人会得到4件或4件以上的玩具？

把120个小朋友看做是120个抽屉，把玩具件数看做是元素。则364=120×3+4，4＜120。根据抽屉原理的第（2）条规则：如果把m×x×k（x＞k≥1）个元素放到x个抽屉里，那么至少有一个抽屉里含有m+1个或更多个元素。可知至少有一个抽屉里有3+1=4个元素，即有人会得到4件或4件以上的玩具。

**练习1：**

1、一个幼儿园大班有40个小朋友，班里有各种玩具125件。把这些玩具分给小朋友，是否有人会得到4件或4件以上的玩具？

2、把16枝铅笔放入三个笔盒里，至少有一个笔盒里的笔不少于6枝。这是为什么？

3、把25个球最多放在几个盒子里，才能至少有一个盒子里有7个球？

**【例题2】**布袋里有4种不同颜色的球，每种都有10个。最少取出多少个球，才能保证其中一定有3个球的颜色一样？

把4种不同颜色看做4个抽屉，把布袋中的球看做元素。根据抽屉原理第（2）条，要使其中一个抽屉里至少有3个颜色一样的球，那么取出的球的个数应比抽屉个数的2倍多1。即2×4+1=9（个）球。列算式为

（3—1）×4+1=9（个）

**练习2：**

1、布袋里有组都多的5种不同颜色的球。最少取出多少个球才能保证其中一定有3个颜色一样的球？

2、一个容器里放有10块红木块、10块白木块、10块蓝木块，它们的形状、大小都一样。当你被蒙上眼睛去容器中取出木块时，为确保取出的木块中至少有4块颜色相同，应至少取出多少块木块？

3、一副扑克牌共54张，其中1—13点各有4张，还有两张王的扑克牌。至少要取出几张牌，才能保证其中必有4张牌的点数相同？

**【例题3】**某班共有46名学生，他们都参加了课外兴趣小组。活动内容有数学、美术、书法和英语，每人可参加1个、2个、3个或4个兴趣小组。问班级中至少有几名学生参加的项目完全相同？

参加课外兴趣小组的学生共分四种情况，只参加一个组的有4种类型，只参加两个小组的有6个类型，只参加三个组的有4种类型，参加四个组的有1种类型。把4+6+4+1=15（种）类型看做15个抽屉，把46个学生放入这些抽屉，因为46=3×15+1，所以班级中至少有4名学生参加的项目完全相同。

**练习3：**

1、某班有37个学生，他们都订阅了《小主人报》、《少年文艺》、《小学生优秀作文》三种报刊中的一、二、三种。其中至少有几位同学订的报刊相同？

2、学校开办了绘画、笛子、足球和电脑四个课外学习班，每个学生最多可以参加两个（可以不参加）。某班有52名同学，问至少有几名同学参加课外学习班的情况完全相同？

3、库房里有一批篮球、排球、足球和铅球，每人任意搬运两个，问：在31个搬运者中至少有几人搬运的球完全相同？

**【例题4】**从1至30中，3的倍数有30÷3=10个，不是3的倍数的数有30—10=20个，至少要取出20+1=21个不同的数才能保证其中一定有一个数是3的倍数。

**练习4：**

1、在1，2，3，……49，50中，至少要取出多少个不同的数，才能保证其中一定有一个数能被5整除？

2、从1至120中，至少要取出几个不同的数才能保证其中一定有一个数是4的倍数？

3、从1至36中，最多可以取出几个数，使得这些数中没有两数的差是5的倍数？

**【例题5】**将400张卡片分给若干名同学，每人都能分到，但都不能超过11张，试证明：找少有七名同学得到的卡片的张数相同。

这题需要灵活运用抽屉原理。将分得1，2，3，……，11张可片看做11个抽屉，把同学人数看做元素，如果每个抽屉都有一个元素，则需1+2+3+……+10+11=66（张）卡片。而400÷66=6……4（张），即每个周体都有6个元素，还余下4张卡片没分掉。而这4张卡片无论怎么分，都会使得某一个抽屉至少有7个元素，所以至少有7名同学得到的卡片的张数相同。

**练习5：**

1、把280个桃分给若干只猴子，每只猴子不超过10个。证明：无论怎样分，至少有6只猴子得到的桃一样多。

2、把61颗棋子放在若干个格子里，每个格子最多可以放5颗棋子。证明：至少有5个格子中的棋子数目相同。

3、汽车8小时行了310千米，已知汽车第一小时行了25千米，最后一小时行了45千米。证明：一定存在连续的两小时，在这两小时内汽车至少行了80千米。

**答案：**

**练1**

1、把40名小朋友看做40个抽屉，将125件玩具放入这些抽屉，因为125＝3×40+5，根据抽屉原理，可知至少有一个抽屉有4件或4件以上的玩具，所以肯定有人会得到4件或4件以上的玩具。

2、把三个笔盒看做3个抽屉，因为16＝5×3+1，根据抽屉原理可以至少有一个笔盒里的笔有6枝或6枝以上。

3、把盒子数看成抽屉，要使其中一个抽屉里至少有7个球，那么球的个数至少应比抽屉个数的（7－1）倍多1，而25＝4×（7－1）+1，所以最多方子4个盒子里，才能保证至少有一个盒子里有7个球。

**练2**

1、最少应取出（3－1）×5+1＝11个球

2、至少取出（4－1）×3+1＝10块木块。

3、如果没有两张王牌，至少要取（4－1）×13+1＝40张，再加上两张王牌，至少要摸出40+2＝42张，才能保证其中必有4张牌点数相同。

**练3**

1、小学六年中最多有2个闰年，共366×2+365×4＝2191天，因为13170＝6×2192+18，所以其中一定有7人是同年同月同日生的。

2、参加课外兴趣小组的学生共分四种情况，只参加一个组的有4种类型，只参加两个组的有6种类型，只参加三个字的有4种类型，参加四个组的有1种类型。把4+6+4+1＝15种类型看作15个抽屉，把46个学生放入这些抽屉，因为46＝15×3+1，所以班级中至少有4名学生参加的项目完全相同。

3、全班订阅报刊的类型共有3+3+1＝7种，因为37＝5×7+2，所以其中至少有6位学生订的报刊相同。

**练4**

1、在1～50中，5的倍数有50÷5＝10个，不是5的倍数的就有50－10＝40个，至少要取出40+1＝41个不同的数才能保证其中有个数能贝5整除。

2、在1～120中，4的倍数有120÷4＝30个，不是4的倍数有120－30＝90个，正是要取出90+1＝91个不同的数才能保证其中一定有一个数是4的倍数。

3、差是5的两数有下列5组：1、6，11、16，21、26，31、36；2、7，12、17，22、27；3、8，13、18，23、28、33；4、9，14、19，24、29，34；5、10，15、20，25、30、35。要使取出的数中没有两个数的差是5的倍数，最多只能从每组中各取1个数，即最多可以取5个数。

**练5**

1、把11秒钟看做11个抽屉，把100米看作100个元素，因为100＝9×11+1，所以必有1个抽屉里超过9米，即必有某一秒钟，他跑的距离超过9米。

2、如图答30－1，把边长为2的等边三角形分成四个边长为1的小等边三角形。把它看作4个抽屉，5个点看作5个元素，则一定有一个小三角形内有2个点，这2个点之间的距离不超过1。

图30－1

3、先把长方形的每边剪去宽1厘米的长条，余下一个50×40的长方形，它的面积为2000平方厘米，再把每个圆的半径放大1厘米成为3厘米的圆，若剪去后的长方形至少有一个点未被70个镶边后的圆盖住的话，那么原来的长方形中就能放进一个以这点为圆心的圆。因为Π×32×70的值就小于630×3.15＝1984.5<2000，所以在原来的长方形中一定可以放进一个半径为1厘米的圆。

# 第31周逻辑推理（一）

**一、知识要点**

逻辑推理题不涉及数据，也没有几何图形，只涉及一些相互关联的条件。它依据逻辑汇率，从一定的前提出发，通过一系列的推理来获取某种结论。

解决这类问题常用的方法有：直接法、假设法、排除法、图解法和列表法等。

逻辑推理问题的解决，需要我们深入地理解条件和结论，分析关键所在，找到突破口，进行合情合理的推理，最后作出正确的判断。

推理的过程中往往需要交替运用“排除法”和“反正法”。要善于借助表格，把已知条件和推出的中间结论及时填入表格内。填表时，对正确的（或不正确的）结果要及时注上“√”（或“×”），也可以分别用“1”或“0”代替，以免引起遗忘或混乱，从而影响推理的速度。

推理的过程，必须要有充足的理由或重复内的根据，并常常伴随着论证、推理，论证的才能不是天生的，而是在不断的实践活动中逐渐锻炼、培养出来的。

**二、精讲精练**

**【例题1】**星期一早晨，王老师走进教室，发现教室里的坏桌凳都修好了。传达室人员告诉他：这是班里四个住校学生中的一个做的好事。于是，王老师把许兵、李平、刘成、张明这四个住校学生找来了解。

（1）许兵说：桌凳不是我修的。

（2）李平说：桌凳是张明修的。

（3）刘成说：桌凳是李平修的。

（4）张明说：我没有修过桌凳。

后经了解，四人中只有一个人说的是真话。请问：桌凳是谁修的？

根据“两个互相否定的思想不能同真”可知：（2）、（4）不能同真，必有一假。

假设（2）说真话，则（4）为假话，即张明修过桌凳。

又根据题目条件了：只有1人说的是真话：可退知：（1）和（3）都是假话。由（1）说的可退出：桌凳是许兵修的。这样，许兵和张明都修过桌凳，这与题中“四个人中只有一个人说的是真话”相矛盾。

因此，开头假设不成立，所以，（2）李平说的为假话。由此可退知（4）张明说了真话，则许兵、刘成说了假话。所以桌凳是许兵修的。

**练习1：**

1、小华、小红、小明三人中，有一人在数学竞赛中得了奖。老师问他们谁是获奖者，小华说是小红，小红说不是我，小明也说不是我。如果他们当中只有一人说了真话。那么，谁是获奖者？

2、一位警察，抓获4个盗窃嫌疑犯A、B、C、D，他们的供词如下：

A说：“不是我偷的”。

B说：“是A偷的”。

C说：“不是我”。

D说：“是B偷的”。

他们4人中只有一人说的是真话。你知道谁是小偷吗？

3、有500人聚会，其中至少有一人说假话，这500人里任意两个人总有一个说真话。说真话的有多少人？说假话的有多少人？

**【例题2】**虹桥小学举行科技知识竞赛，同学们对一贯刻苦学习、爱好读书的四名学生的成绩作了如下估计：

（1）丙得第一，乙得第二。

（2）丙得第二，丁得第三。

（3）甲得第二，丁得死四。

比赛结果一公布，果然是这四名学生获得前4名。但以上三种估计，每一种只对了一半错了一半。请问他们各得第几名？

同学们的预测里有真有假。但是最后公布的结果中，他们都只预测对了一半。我们可以用假设法假设某人前半句对后半句错，如果不成立，再从相反方向思考推理。

假设（1）中“丙得第一”说错了，则（1）中“乙得第二”说对了；（1）中“乙得第二”说对了，则（2）中“丙得第二”说错了；（2）中“丙得第二”说错了，“丁得第三”说对了；（2）中“丁得第三”说对了，（3）中“丁得第四”说错了；（3）中“丁得第四”说错了，则（3）中“甲得第二”说对了，这与最初的假设相矛盾。

所以，正确答案是：丙得死一，丁得第三，甲得第二，乙得第四。

**练习2：**

1、甲、乙、丙、丁同时参加一次数学竞赛。赛后，他们四人预测名词的谈话如下：

甲：“丙得第一，我第三”。

乙：“我第一，丁第四”。

丙：“丁第二，我第三”。

丁：没有说话。

最后公布结果时，发现甲、乙丙三人的预测都只对了一半。请你说出这次竞赛中甲、乙、丙、丁四人的名次。

2、某小学最近举行一次田径运动会，人们对一贯刻苦锻炼的5名学生的短跑成绩作了如下的估计：

A说：“第二名是D，第三名是B”。

B说：“第二名是C，第四名是E”。

C说：“第一名是E，第五名是A”。

D说：“第三名是C，第四名是A”。

E说：“第二名是B，第五名是D”。

这5位同学每人说对了一半，请你猜一猜5位同学的名次。

3、某次考试考完后，A，B，C，D四个同学猜测他们的考试成绩。

A说：“我肯定考得最好”。

B说：“我不会是最差的”。

C说：“我没有A考得好，但也不是最差的”。

D说：“可能我考得最差”。

成绩一公布，只有一个人说错了，请你按照考试分数由高到低排出他们的顺序。

**【例题3】**张、王、李三个工人，在甲、乙丙三个工厂里分别当车工、钳工和电工。

①张不在甲厂，②王不在乙厂，③在甲厂的不是钳工，④在乙厂的是车工，⑤王不是电工。

这三个人分别在哪个工厂？干什么工作？

这题可用直接法解答。即直接从特殊条件出发，再结合其他条件往下推，直到推出结论为止。

通过⑤可知王不是电工，那么王必是车工或钳工；又通过②可知王不在乙厂，那么，王必在甲厂或丙厂；又由④知道在乙厂的是车工，所以王只能是钳工；又因为甲厂的不是钳工，则晚必是丙厂的钳工；张不在甲厂，必在乙厂或丙厂；王在丙厂，则张必在乙厂，是乙厂的车工，所以张是乙厂的车工。剩下的李是甲厂的电工。

**练习3：**

1、某大学宿舍里A，B，C，D，E，F，G七位同学，其中两位来自哈尔滨，两位来自天津，两位来自广州，还知道：

（1）D，E来自同一地方；

（2）B，G，F不是北方人；

（3）C没去过哈尔滨。

那么，A来自什么地方？

2、每个星期的七天中，甲在星期一、、二、三讲假话，其余四天都讲真话：乙在星期四、五、六讲假话，其余各天都讲真话。

今天甲说：“昨天是我说谎的日子。”乙说：“昨天也是我说谎的日子。”今天是星期几？

3、王涛、李明、江民三人在一起谈话。他们当中一位是校长，一位是老师，一位是学生家长。现在只知道：

（1）江民比家长年龄大。

（2）王涛和老师不同岁。

（3）老师比李明年龄小。

你能确定谁是校长、谁是老师，谁是家长吗？

**【例题4】**六年级有四个班，每个班都有正、副班长各一人。平时召开年级班长会议时，各班都只有一人参加。参加第一次回师的是小马、小张、小刘、小林；参加第二次会议的是小刘、小朱、小马、小宋；参加第三次会议的是小宋、小陈、小马、小张，小徐因有病，三次都没有参加。你知道他们哪两个是同班的吗？

将条件列在一张表格内，借助于表格进行分析、推理、根据题意，可列表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 小张 | 小马 | 小刘 | 小林 | 小朱 | 小宋 | 小陈 | 小徐 |
| 一 | √ | √ | √ | √ |  |  |  |  |
| 二 |  | √ | √ |  | √ | √ |  |  |
| 三 | √ | √ |  |  |  | √ | √ |  |

由上表可知，小马三次参加会议，而小徐三次都没参加，他们是同一班级的。小张和小朱是同班的，小刘和小陈是同班的，小林和小宋是同班的。

**练习4：**

1、某市举行家庭普法学习竞赛，有5个家庭进入决赛（每家2名成员）。决赛时进行四项比赛，每项比赛各家出一名成员参赛，第一项参赛的是吴、孙、赵、李、王；第二项参赛的是郑、孙、吴、李、周；第三项参赛的是赵、张、吴、钱、郑；第四项参赛的是周、吴、孙、张、王。另外，刘某因故四次均未参赛。谁和谁是同一家庭呢？

2、刘刚、马辉、李强三个男孩各有一个妹妹，六个人进行乒乓球混合双打比赛。事先规定：兄、妹不许搭伴。

第一局：刘刚和小丽对李强和小英；

第二局：李强和小红对刘刚和马辉的妹妹。

那么，三个男孩的妹妹分别是谁？

3、有三只小袋，一只小袋有两粒红珠，另一只小袋有两粒蓝珠，第三只小袋装有一粒蓝珠和一粒红珠。小兰不慎把小袋外面的三只标签都贴错了。请问从哪只小袋中摸出一粒珠，就可以知道三只小袋中各装有什么颜色的珠？

**【例题5】**已知张新、李敏、王强三位同学分别在北京、苏州、南京的大学学习化学、地理、物理。①张新不在北京学习；②李敏不在苏州学习；③在北京学习的同学不学物理；④在苏州学习的同学是学化学的；⑤李敏不学地理。三位同学各在什么城市学什么？

解答此题的关键是抓住三个人必在三地之一学习三种科目的某一种这个条件。这种逻辑推理题，须在两方面加以判定。尽管相对的问题要求增多了，但列表法仍然适用。综合两方面的交错因素，两表对立，一举两得。

由①、②、⑤可列下表

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 北京 | 苏州 | 南京 |  | 化学 | 地理 | 物理 |
| × |  |  | 张新 |  |  |  |
|  | × |  | 李敏 |  | × |  |
|  |  |  | 王强 |  |  |  |

由④可知：李敏不在苏州，不学化学、学物理；张新、王强不学物理。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 北京 | 苏州 | 南京 |  | 化学 | 地理 | 物理 |
| × |  |  | 张新 |  |  | × |
|  | × |  | 李敏 | × | × | √ |
|  |  |  | 王强 |  |  | × |

由③“在北京学习的不学物理”的条件可知：王强在北京，张新在苏州，李敏在南京。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 北京 | 苏州 | 南京 |  | 化学 | 地理 | 物理 |
| × | √ | × | 张新 |  |  | × |
| × | × | √ | 李敏 | × | × | √ |
| √ | × | × | 王强 |  |  | × |

由④“在苏州学习的学的是化学”的条件可知，王强学习地理。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 北京 | 苏州 | 南京 |  | 化学 | 地理 | 物理 |
| × | √ | × | 张新 | √ | × | × |
| × | × | √ | 李敏 | × | × | √ |
| √ | × | × | 王强 | × | √ | × |

从上表可以看出，张新在苏州学化学，李敏在南京学物理，王强在北京学地理。

**练习5：**

1、甲、乙、丙分别在南京、苏州、西安工作，他们的职业分别是工人、农民和教师。已知：①甲不在南京工作；②乙不在苏州工作；③在苏州工作的是工人；④在南京工作的不是教师；⑤乙不是农民。三人各在什么地方工作？各是什么职业？

2、小明、小青、小菊读书的学校分别是一小、二小、三小，他们各自爱好游泳、篮球、排球中的一项体育运动。但究竟谁爱好哪一项运动，在哪个学校读书还不清楚，只知道：（1）小明不在一小。（2）小青不在二小。（3）爱好排球的在二小。（4）爱好游泳的在一小。（5）爱好游泳的不是小青。

请你说出他们各自就读的学校和爱好的运动项目。

3、甲、乙、丙分别是工程师、会计师和教师。他们的业余爱好分别是文学、绘画和音乐。现在知道：（1）爱好音乐、文学者和甲一起看电影。（2）爱好绘画者常请会计师讲经济学。（3）乙不爱好文学。（4）工程师常埋怨自己对绘画和音乐一窍不通。

请问每个人的职业和爱好各是什么？

**答案：**

**练1**

1 、小明 2、 C 3、 499 1

**练2**

1、乙、丁、甲、丙

2、E、C、B、A、D

3、B、A、C、D

**练3**

1、天津

2、星期四

3、李明是校长江兵是老师王涛是家长

**练4**

1、吴和刘一家，孙和钱一家，赵和周一家，李和张一家

2、李强的妹妹是小丽，马辉的妹妹是小瑛，刘刚的妹妹是小红

3、从标签为“红、蓝”的小袋中摸出一珠，可由表答30－2知：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 标签 | 红蓝 | 红红 | 蓝蓝 |
| 小袋内装 | 红红  蓝蓝 | 蓝蓝  红蓝 | 红蓝  红红 |

**练5**

1、甲在苏州是工人，乙在无锡是教师，丙在南京是农民。

2、小明在二小，爱好排球；小青在三小，爱好篮球；小菊在一小，爱好游泳。

3、甲是教师，爱好绘画；乙是会计师，爱好音乐；丙是工程师，爱好文学。

# 第32周逻辑推理（二）

**一、知识要点**

解数学题，从已知条件到未知的结果需要推理，也需要计算，通常是计算与推理交替进行，而且这种推理不仅是单纯的逻辑推理，而是综合运用了数学知识和专门的生活常识相结合来运用。这种综合推理的问题形式多样、妙趣横生，也是小学数学竞赛中比较流行的题型。

解答综合推理问题，要恰当地选择一个或几个条件作为突破口。统称从已知条件出发可以推出两个或两个以上结论，而又一时难以肯定或否定其中任何一个时，这就要善于运用排除法、反证法逐一试验。

当感到题中条件不够时，要注意生活常识、数的性质、数量关系和数学规律等方面寻找隐蔽条件。

**二、精讲精练**

**【例题1】**小华和甲、乙、丙、丁四个同学参加象棋比赛。每两人要比赛一盘。到现在为止，小华已经比赛了4盘。甲赛了3盘，乙赛了2盘，丁赛了1盘。丙赛了几盘？

这道题可以利用画图的方法进行推理，如图32-1所示，用5个点分别表示小华、甲、乙、丙、丁。如果两人之间已经进行了比赛，就在表示两人的点之间连一条线。现在小华赛4盘，所以小华应与其余4个点都连线……

甲赛了3盘。由于丁只赛了一盘，所以甲与丁之间没有比赛。那么，就连接甲、乙和甲、丙。这时，乙已有了两条线，与题中乙赛2盘相结合，就不再连了。所以，从图32-1中可以看出，丙与小华、甲各赛一盘。即丙赛了两盘。

**练习1：**

1、A，B，C，D，E五位同学一起比赛象棋，每两人都要比赛一盘。到现在为止，A已经比赛了4盘。B赛了3盘，C赛了2盘，D赛了1盘。E赛了几盘？

2、A先生和A太太以及三对夫妻举行了一次家庭晚会。规定每两人最多握手一次，但不和自己的妻子握手。握手完毕后，A先生问了每个人（包括他妻子）握手几次？令他惊讶的是每人答复的数字各不相同。那么，A太太握了几次手？

3、五位同学一起打乒乓球，两人之间最多只能打一盘。打完后，甲说：“我打了四盘”。乙说：“我打了一盘”。丙说：“我打了三盘”。丁说：“我打了四盘”。戊说：“我打了三盘”。

你能肯定其中有人说错了吗？为什么？

**【例题2】**图32-2是同一个标有1，2，3，4，5，6的小正方体的三种不同的摆法。图中正方体三个朝左的一面的数字之积是多少？

用排除法排除不符合条件的情形，最后剩下的情况就是所要的结果。

由（1）、（2）两个图可以看出，1的对面不可能为4，6，2，3，所以1的对面必为5；由（2）、（3）两个图形可以看出，3的对面不可能为1，2，4，5，所以3的对面必为6。由此可知，4的对面必定为2。上面正方体三个朝左一面的数字依次为2，5，6。所以它们的积为2×5×6=60。

**练习2：**

1、图32-3是同一个标有1，2，3，4，5，6的小正方体的三种不同的摆法。图中正方体三个朝左的一面的数字之和是多少？

2、将红、黄、蓝、白、黑、绿六种颜色分别涂在正方体各面上（每一面只涂一种颜色）。现有涂色方式完全一样的相同的四块小正方体，把它们拼成长方体（如图32-4所示），每个小正房体红色面的对面涂的是什么颜色？黄色对面的？黑色对面呢？

3、如图32-5所示，每个正方体的6个面分别写着数字1～6，并且任意两个相对的面上所写的两个数之和都等于7。把这样的5个正方体一个挨一个连接起来后，金挨着的两个面上的数字之和等于8。图中写？的这个面上的数字是几？

**【例题3】**某班44人，从A，B，C，D，E五位候选人中选举班长。A得选票23张。B得选票占第二位，C，D得票相同，E的选票最少，只得了4票。那么B得选票多少张？

B，C，D的选票共44—23—4=17（张），C，D的选票至少各5张。如果他们的选票超过5张，那么B，C，D的选票超过6+6+6=18（张），这不可能。所以，C，D各得5票，B得17—5—5=7（张）

**练习3：**

1、某商品编号是一个三位数，现有5个三位数：874、765、123、364、925。其中每一个数与商品编号恰好在同一数位上有一个相同的数字，这个商品编号是多少？

2、某楼住着4个女孩和两个男孩，他们的年龄各不相同，最大的10岁，最小的4岁。最大的男孩比最小的女孩大4岁，最大的女孩比最小的男孩大4岁。最大的男孩多少岁？

3、小明将玻璃球放进大、小两种盒子中。大盒装12个玻璃球，小盒装5个玻璃球，正好装完。如果玻璃球总数为99，盒子超过10个，那么两种盒子各有多少个？

**【例题4】**将1，2，3，4，5，6，7，8八个数字分成两组，每组4个数，并且两组数之和相等。从A组拿一个到B组后，B组五个数之和将是A组剩下三数之和的2倍。从B组拿一个数到A组后，B组剩下的三个数之和A组五个数之和的5/7。这八个数如何分成两组？

八个数的和是1+2+3+4+5+6+7+8=26，所以每组的四个数之和是36÷2=18。从A组取出一个数到B，两组总和不变。现在A组三个数之和是36÷（1+2）=12，原来A组四个数之和是18，说明A组中取6到B组。

同样道理，从B组取一个数到A组后，现在B组三个数之和是36÷（1+5/6）×5/7=15。说明B组中取出的数为18—15=3。

除去6和3，还剩6个数。A组的另外三个数之和应是18—6=12，在剩下的6个数中只有1，4，7三个数，它们的和是12。所以

A组四个数是1，4，6，7。

B组四个数是2，3，5，8。

**练习4：**

1、某年的8月份有4个星期四，5个星期三。这年8月8日是星期几？

2、甲、一两个小朋友各有一袋糖，每袋糖不到20粒。如果甲给乙一定数量的糖后，甲的糖的粒数是乙的2倍；如果乙给甲同样数量的糖后，甲的糖的粒数就是乙的3倍。甲、乙两个小朋友共有糖多少粒？

3、某各家庭有四个家庭成员。他们的年龄各不相同，总和是129岁，其中有三个人的年龄是平方数。如果倒退15年，这四人中仍有三人的年龄是平方数。你知道他们各自的年龄吗？

**【例题5】**在一次设计联系中，小张、小王、小李各打4发子弹，全部中靶。命中的情况如下：

（1）每人4发子弹所命中的环数各不相同。（2）每人4发子弹所命中的总环数均为17槐。（3）小王有两法命中的环数分别与小张命中的两法一样；小王另两发命中的环数与小李命中的两法一样。（4）小张和小李只有一发环数相同。（5）每人每发子弹的最好成绩不超过7环。

小张、小李命中相同的环数是几环？

首先，用枚举法找出符合条件（1）、（2）、（5）的所有情况。其次，再用筛选法从这些情况中去掉不符合条件（3）、（4）的情况。剩下的就符合要求了。

（1）1+7+3+6=17（环）

（2）1+7+4+5=17（环）

（3）2+6+4+5=17（环）

（4）2+7+3+5=17（环）

对照条件可知（2）、（1）式和（3）式分别代表王、张、李，所以，小张和小李命中相同的环数是6环，

**练习5：**

1、甲、乙、丙三人玩转盘（如图32-6所示），转盘上的数字表示应得的分。

甲说：“我转8次得26分”。

乙说：“我转7次得34分”。

丙说：“我转9次得41分”。

其中有一人没说真话，他是谁？

2、将3张数字卡片（均不超过10）分给甲、乙、丙三人，各人记下所得卡片上的数再重新分。分了3次后，每人将各字记下的数相加，甲为13，乙为15，丙为23。你能西饿出三张卡片上的数吗？

3、A，B，C三个足球队进行一次比赛，每两个队赛一场。按规定每升一场得2分，平一场得1分，负一场得0分。现在已知：

（1）B对一球未进，结果得一分；

（2）C队进一球，失2球，并且胜一场；

求A队结果是得几分，并写出每场比赛的具体比分。

**答案：**

**练1**

1、E赛了2盘

2、A太太握了三次手

3、肯定有人说错。画图容易得证

**练2**

1、5+4+1＝10

2、红色对面为绿色，蓝色对面为黄色，黑色对面为白色

3、A处所写的是“3”

**练3**

1、 724

2、最大的男孩儿是8岁

3、小盒15个，大盒2个

**练4**

1、星期一

2、24粒

3、16岁、24岁、25岁、64岁

**练5**

1、得分数7、4、1均是3的倍数加1，9次所得的总分应是3的倍数，因此丙没有说真话。

2、A+B+C=（13+15+23）÷3＝17 A、B、C粉笔是3、5、9。 3+3+9＝15乙 5+5+3＝13甲 9+9+5＝23丙

3、根据条件列表推理

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 队名 | 比赛场数 | 胜 | 负 | 平 | 进球数 | 失球数 | 得分 |
| A | 2 | 1 |  | 1 | 2 | 0 | 3 |
| B | 2 |  | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| C | 2 | 1 |  |  | 1 | 2 | 2 |

A队得了3分，A和B的比分是0：0

A与C的比分是2：0

B与C的比分是0：1

# 第33周行程问题（一）

**一、知识要点**

行程问题的三个基本量是距离、速度和时间。其互逆关系可用乘、除法计算，方法简单，但应注意行驶方向的变化，按所行方向的不同可分为三种：（1）相遇问题；（2）相离问题；（3）追及问题。

行程问题的主要数量关系是：距离=速度×时间。它大致分为以下三种情况：

（1）相向而行：相遇时间=距离÷速度和

（2）相背而行：相背距离=速度和×时间。

（3）同向而行：速度慢的在前，快的在后。

追及时间=追及距离÷速度差

在环形跑道上，速度快的在前，慢的在后。

追及距离=速度差×时间。

解决行程问题时，要注意充分利用图示把题中的情节形象地表示出来，有助于分析数量关系，有助于迅速地找到解题思路。

**二、精讲精练**

**【例题1】**两辆汽车同时从某地出发，运送一批货物到距离165千米的工地。甲车比乙车早到8分钟，当甲车到达时，乙车还距工地24千米。甲车行完全程用了多少小时？

解答本题的关键是正确理解“已知甲车比乙车早刀8分钟，当甲车到达时，乙车还距工地24千米”。这句话的实质就是：“乙48分钟行了24千米”。可以先求乙的速度，然后根据路程求时间。也可以先求出全程165千米是24千米的多少倍，再求甲行完全程要用多少小时。

解法一：乙车速度：24÷48×60=30（千米/小时）

甲行完全程的时间：165÷30—=4.7（小时）

解法二：48×（165÷24）—48=282（分钟）=4.7（小时）

答：甲车行完全程用了4.7小时。

**练习1：**

1、甲、乙两地之间的距离是420千米。两辆汽车同时从甲地开往乙地。第一辆每小时行42千米，第二辆汽车每小时行28千米。第一辆汽车到乙地立即返回。两辆汽车从开出到相遇共用多少小时？

2、A、B两地相距900千米，甲车由A地到B地需15小时，乙车由B地到A地需10小时。两车同时从两地开出，相遇时甲车距B地还有多少千米？

3、甲、乙两辆汽车早上8点钟分别从A、B两城同时相向而行。到10点钟时两车相距112.5千米。继续行进到下午1时，两车相距还是112.5千米。A、B两地间的距离是多少千米？

**【例题2】**两辆汽车同时从东、西两站相向开出。第一次在离东站60千米的地方相遇。之后，两车继续以原来的速度前进。各自到达对方车站后都立即返回，又在距中点西侧30千米处相遇。两站相距多少千米？



从两辆汽车同时从东、西两站相对开出到第二次相遇共行了三个全程。两辆汽车行一个全程时，从东站出发的汽车行了60千米，两车走三个全程时，这辆汽车走了3个60千米。这时这辆汽车距中点30千米，也就是说这辆汽车再行30千米的话，共行的路程相当于东、西两站路程的1.5倍。找到这个关系，东、西两这站之间的距离也就可以求出来了。所以

（60×3+30）÷1.5=140（千米）

答：东、西两站相距140千米。

**练习2：**

1、两辆汽车同时从南、北两站相对开出，第一次在离南站55千米的地方相遇，之后两车继续以原来的速度前进。各自到站后都立即返回，又在距中点南侧15千米处相遇。两站相距多少千米？

2、两列火车同时从甲、乙两站相向而行。第一次相遇在离甲站40千米的地方。两车仍以原速继续前进。各自到站后立即返回，又在离乙站20千米的地方相遇。两站相距多少千米？

3、甲、乙两辆汽车同时从A、B两地相对开出。第一次相遇时离A站有90千米。然后各按原速继续行驶，分别到达对方车站后立即沿原路返回。第二次相遇时在离A地的距离占A、B两站间全程的65%。A、B两站间的路程是多少千米？

**【例题3】**A、B两地相距960米。甲、乙两人分别从A、B两地同时出发。若相向而行，6分钟相遇；若同向行走，80分钟甲可以追上乙。甲从A地走到B地要用多少分钟？

甲、乙两人从同时同向出发到相遇，6分钟共行的路程是960米，那么每分钟共行的路程（速度和）是960÷6=160（米）；甲、乙两人从同时同向出发到甲追上乙需用去80分钟，甲追乙的路程是960米，每分钟甲追乙的路程（速度差）是960÷80=12（米）。根据甲、乙速度和与差，可知甲每分钟行（160+12）÷1=86（米）。甲从A地到B地要用960÷86=11（分钟），列算式为

960÷[（960÷6+960÷80）÷2]=11（分钟）

答：甲从A地走到B地要用11分钟。

**练习3：**

1、一条笔直的马路通过A、B两地，甲、乙两人同时从A、B两地出发，若先跟乡行走，12分钟相遇；若同向行走，8分钟甲就落在乙后面1864米。已知A、B两地相距1800米。甲、乙每分钟各行多少米？

2、父子二人在一400米长的环行跑道上散步。他俩同时从同一地点出发。若想8背而行，2分钟相遇；若同向而行，26分钟父亲可以追上儿子。问：在跑道上走一圈，父子各需多少分钟？

3、两条公路呈十字交叉。甲从十字路口南1350米处向北直行，乙从十字路口处向东直行。同时出发10分钟后，二人离使字路口的距离相等；二人仍保持原来速度直行，又过了80分钟，这时二人离十字路口的距离又相等。求甲、乙二人的速度。

**【例题4】**上午8时8分，小明骑自行车从家里出发。8分钟后每爸爸骑摩托车去追他。在离家4千米的地方追上了他，然后爸爸立即回家。到家后他又立即回头去追小明。再追上他的时候，离家恰好是8千米（如图33-2所示），这时是几时几分？



由题意可知：爸爸第一次追上小明后，立即回家，到家后又回头去追小名，再追上小明时走了12千米。可见小明的速度是爸爸的速度的。那么，小明先走8分钟后，爸爸只花了4分钟即可追上，这段时间爸爸走了4千米。列式为

爸爸的速度是小明的几倍：（4+8）÷4=3（倍）

爸爸走4千米所需的时间：8÷（3—1）=4（分钟）

爸爸的速度：4÷4=1（千米/分）

爸爸所用的时间：（4+4+8）÷1=16（分钟）

16+16=32（分钟）

答：这时是8时32分。

**练习4：**

1、A、B两地相距21千米，上午8时甲、乙分别从A、B两地出发，相向而行。甲到达B地后立即返回，乙到达A地后立即返回。上午10时他们第二次相遇。此时，甲走的路程比乙走的多9千米，甲一共行了多少千米？甲每小时走多少千米？

2、张师傅上班坐车，回家步行，路上一共要用80分钟。如果往、返都坐车，全部行程要50千米；如果往、返都步行，全部行程要多长时间？

3、当甲在60米赛跑中冲过终点线时，比乙领先10米，比丙领先20米。如果乙和丙按原来的速度继续冲向终点，那么乙到达终点时将比丙领先多少米？

**【例题5】**甲、乙、丙三人，每分钟分别行68米、70.5米、72米。现甲、乙从东镇去西镇，丙从西镇去东镇，三人同时出发，丙和乙相遇后，又过2分钟与甲相遇。东、西两镇相距多少器秒年米毫？



如图33-3所示，可以看出，乙、丙两人相遇时，乙比甲多行的路程正好是后来甲、丙2分钟所行的路程和，是（68+72）×2=280（米）。而每分钟乙比甲多行70.5—68=2.5（米）可见，乙、丙相遇时间是280÷2.5=112（分钟），因此，求东、西两镇间的距离可用速度和乘以相遇时间求出。列式为

乙、丙相遇时间：（68+72）×2÷2.5=112（分钟）

东、西两镇相距的千米数：（70.5+72）×112÷1000=15.96（千米）

**练习5：**

1、有甲、乙、丙三人，甲每分钟行70米，乙每分钟行60米，丙每分钟行75米，甲、乙从A地去B地，丙从B地去A地，三人同时出发，丙遇到甲8分钟后，再遇到乙。A、B两地相距多少千米？

2、一只狼以每秒15米的速度追捕在它前面100米处的兔子。兔子每秒行4.5米，6秒钟后猎人向狼开了一枪。狼立即转身以每秒16.5米的速度背向兔子逃去。问：开枪多少秒后兔子与狼又相距100米？

3、甲、乙两车同时从A地开往B地，乙车6小时可以到达，甲车每小时比乙车慢8千米，因此比乙车迟一小时到达。A、B两地间的路程是多少千米？

**答案**

**练1**

1、420×2÷（42+28）＝12小时

2、900÷15×【15－900÷（900÷15+900÷10）】＝540千米

3、甲、乙两车的速度和：112.5×2÷（13－10）＝75千米

A-B两地的距离：75×（10－8）+112.5＝262.5千米

**练2**

1、（55×3－15）÷1.5＝100千米

2、40×3－20＝100千米

3、90×3－（1+1－65％）＝200千米

**练3**

1、【1800÷12－（1864－1800）÷8】÷2＝71米

【1800÷12+（1864－1800）÷8】÷2＝79米

2、400÷【（400÷2+400÷26）÷2】＝5分

400÷【（400÷2－400÷26）÷2】＝6分

3、速度和：1350÷10＝135米/分

速度差：1350÷（10+80）＝15米/分

甲速：（135+15）÷2＝75米/分

乙速：（135－15）÷2＝60米/分

**练4**

1、甲行路程：（21×3+9）÷2＝36千米

甲速：36÷2＝18千米

2、（80－50÷2）×2＝110分

3、丙的行程：60×＝48米

乙到达重点将比丙领先的米数：60－48＝12米

**练5**

1、（70+75）×【（75+60）×8÷（70－60）】÷1000＝15.66千米

2、（15－4.5）×6÷（16.5+4.5）＝3秒

3、8×6×（6+1）＝336千米

# 第34周行程问题（二）

**一、知识要点**

在行程问题中，与环行有关的行程问题的解决方法与一般的行程问题的方法类似，但有两点值得注意：一是两人同地背向运动，从第一次相遇到下次相遇共行一个全程；二是同地、同向运动时，甲追上乙时，甲比乙多行了一个全程。

**二、精讲精练**

**【例题1】**甲、乙、丙三人沿着湖边散步，同时从湖边一固定点出发。甲按顺时针方向行走，乙与丙按逆时针方向行走。甲第一次遇到乙后1分钟于到丙，再过3分钟第二次遇到乙。已知乙的速度是甲的，湖的周长为600米，求丙的速度。

甲第一次与乙相遇后到第二西与乙相遇，刚好共行了一圈。甲、乙的速度和为600÷（1+3）=120米/分。甲、乙的速度分别是：120÷（1+）=72（米/分），120—72=48（米/分）。甲、丙的速度和为600÷（1+3+1）=96（米/分），这样，就可以求出丙的速度。列算式为

甲、乙的速度和：600÷（1+3）=120（米/分）

甲速：120÷（1+）=72（米/分）

乙速：120—72=48（米/分）

甲、丙的速度和：600÷（1+3+1）=96（米/分）

丙的速度：96—72=24（千米/分）

答：丙每分钟行24米。

**练习1：**

1、甲、乙、丙三人环湖跑步。同时从湖边一固定点出发，乙、丙两人同向，甲与乙、丙两人反向。在甲第一次遇到乙后1分钟第一次遇到丙；再过3分钟第二次遇到途。已知甲速与乙速的比为3：2，湖的周长为2000米，求三人的速度。

2、兄、妹2人在周长为30米的圆形小池边玩。从同一地点同时背向绕水池而行。兄每秒走1.3米。妹每秒走1.2米。他们第10次相遇时，劢还要走多少米才能归到出发点？

3、如图34-1所示，A、B是圆的直径的两端，小张在A点，小王在B点，同时出发反向而行，他们在C点第一次相遇，C点离A点80米；在D点第二次相遇，D点离B点60米。求这个圆的周长。

**【例题2】**甲、乙两人在同一条椭圆形跑道上做特殊训练。他们同时从同一地点出发，沿相反方向跑。每人跑完第一圈到达出发点后，立即回头加速跑第二圈，跑第一圈时，乙的速度是甲的，甲跑第二圈时的速度比第一圈提高了，乙跑第二圈时速度提高了。已知甲、乙两人第二次相遇点距第一次相遇点190米。这条椭圆形跑道长多少米？



图34-2



图34-1

根据题意画图34-2：甲、乙从A点出发，沿相反方向跑，他们的速度比是1：=3：2。第一次相遇时，他们所行路程比是3：2，把全程平均分成5份，则他们第一次相遇点在B点。当甲A点时，乙又行了2÷3×2=1。这时甲反西肮而行，速度提高了。甲、乙速度比为[3×（1+）：2]=2：1，当乙到达A点时，甲反向行了（3—1）×2=3。这时乙反向而行，甲、乙的速度比变成了[3×（1+）]：[2×（1+）]=5：3。这样，乙又行了（5—3）×=，与甲在C点相遇。B、C的路程为190米，对应的份数为3—=2。列式为

1：=3：2

2÷3×2=1

[3×（1+）：2]=2：1

（3—1）×2=3

[3×（1+）]：[2×（1+）]=5：3

（5—3）×=

190÷（3-）×5=400（米）

答：这条椭圆形跑道长400米。

**练习2：**

1、小明绕一个圆形长廊游玩。顺时针走，从A处到C处要12分钟，从B处到A处要15分钟，从C处到B处要11分钟。从A处到B处需要多少分钟（如图34-3所示）？



图34-3 图34-4

2、摩托车与小汽车同时从A地出发，沿长方形的路两边行驶，结果在B地相遇。已知B地与C地的距离是4千米。且小汽车的速度为摩托车速度的。这条长方形路的全长是多少千米（如图34-4所示）？

3、甲、乙两人在圆形跑道上，同时从某地出发沿相反方向跑步。甲速是乙速的3倍，他们第一次与第二次相遇地点之间的路程是100米。环形跑道有多少米？

**【例题3】**绕湖的一周是24千米，小张和小王从湖边某一地点同时出发反向而行。小王以每小时4千米速度走1小时后休息5分钟，小张以每小时6千米的速度每走50分钟后休息10分钟。两人出发多少时间第一次相遇？

小张的速度是每小时6千米，50分钟走5千米，我们可以把他们出发后的时间与行程列出下表：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 小王 | 时间 | 1小时5分 | 2小时10分 | 3小时15分 |
| 行程 | 4千米 | 8千米 | 12千米 |
| 小张 | 时间 | 1小时 | 2小时 | 3小时 |
| 行程 | 5千米 | 10千米 | 15千米 |

12+15=27，比24大，从上表可以看出，他们相遇在出发后2小时10分至3小时15分之间。出发后2小时10分，小张已走了10+5÷（50÷10）=11（千米），此时两人相距24—（8+11）=5（千米）。由于从此时到相遇以不会再休息，因此共同走完这5千米所需的时间是5÷（4+6）=0.5（小时），而2小时10分+0.5小时=2小时40分。

小张50分钟走的路程：6÷60×50=5（千米）

小张2小时10分后共行的路程：10+5÷（50÷10）=11（千米）

两人行2小时10分后相距的路程：24—（8+11）=5（千米）

两人共同行5千米所需时间：5÷（4+6）=0.5（小时）

相遇时间：2小时10分+0.5小时=2小时40分

**练习3：**

1、在400米环行跑道上，A，B两点相距100米。甲、乙两人分别从A，B两点同时出发，按逆时针方向跑步，甲每秒行5米，乙每秒行4米，每人跑100米都要停留10秒钟。那么甲追上乙需要多少秒？

2、一辆汽车在甲、乙两站之间行驶。往、返一次共用去4小时。汽车去时每小时行45千米，返回时每小时行驶30千米，那么甲、乙两站相距多少千米？

3、龟、兔进行10000米跑步比赛。兔每分钟跑400米，龟每分钟跑80米，兔每跑5分钟歇25分钟，谁先到达终点？

**【例题4】**一个游泳池长90米。甲、乙二人分别从游泳池的两端同时出发，游到另一端立即返回。找这样往、返游，两人游10分钟。已知甲每秒游3米，乙每秒游2米。在出发后的两分钟内，二人相遇了几次？

设甲的速度为a，乙的速度为b，a：b的最简比为m：n，那么甲、乙在半个周期内共走m+n个全程。若m＞n，且m、n都是奇数，在一个周期内甲、乙相遇了2m次；若m＞n，且m为奇数（或偶数），n为偶数（或奇数），在半个周期末甲、乙同时在乙（或甲）的出发位置，一个周期内，甲、乙共相遇（2m—1）次。

甲速：乙速=3：2，由于3＞2，且一奇数一偶数，一个周期内共相遇（2×3—1=）5次，共跑了[（3+2）×2=]10个全程。

10分钟两人合跑周期的个数为：60×10÷[90÷（2+3）×10]=3（个）

3个周期相遇（5×3=）15（次）；个周期相遇2次。

一共相遇：15+2=17（次）

答：二人相遇了17次。

**练习4：**

1、甲、乙两个运动员同时从游泳池的两端相向下水做往、返游泳训练。从池的一端到另一端甲要3分钟，乙要3.2分钟。两人下水后连续游了48分钟，一共相遇了多少次？

2、一游泳池道长100米，甲、乙两个运动员从泳道的两端同时下水，做往、返训练15分钟，甲每分钟游81米，乙每分钟游89米。甲运动员一共从乙运动员身边经过了多少次？

3、马路上有一辆身长为15米的公共汽车，由东向西行驶，车速为每小时18千米。马路一旁人行道上有甲、乙两名年轻人正在练长跑，甲由东向西跑，乙由西向东跑。某一时刻，汽车追上了甲，6秒争后汽车离开了甲，半分钟后，汽车遇到迎面跑来的乙，又经过了2秒钟，汽车离开乙，再过几秒钟，甲、乙两人相遇？

**【例题5】**甲、乙两地相距60千米。张明8点从甲地出发去乙地，前一半时间平均速度为每分钟1千米，后一半时间平均速度为每分钟0.8千米。张明经过多少时间到达乙地？

因为前一半时间与后一半时间相同，所以可假设为两人同时相向而行的情形，这样我们可以求出两人合走60千米所需的时间为[60÷（1+0.8）=]33分钟。因此，张明从甲地到乙地的时间列算式为

60÷（1+0.8）×2=66（分钟）

答：张明经过66分钟到达乙地。

**练习5：**

1、A、B两地相距90千米。一辆汽车从A地出发去B地，前一半时间平均每小时行60千米，后一半时间平均每小时行40千米。这辆汽车经过多少时间可以到达B地？

2、甲、乙两人同时从A点背向出发，沿400米环行跑道行走。甲每分钟走80米，乙蔑分钟走50米。两人至少经过多少分钟才能在A点相遇？

3、在300米的环行跑道上，甲、乙两人同时并排起跑。甲平均每秒行5米，乙平均每秒行4.4米。两人起跑后第一次相遇在起跑线前面多少米？

**答案：**

**练1**

1、甲、乙的速度和：2000÷（1+3）＝400

甲速：400×＝240米/分

乙速：400×＝160米/分

甲、丙的速度和：2000÷（1+3+1）＝320米/分

丙速：320－240＝80米/分

2、兄、妹二人共行一周的时间：30÷（1.3+1.2）＝12秒

第10次相遇时妹所行的圈数：1.2×10×12÷30＝4.8圈即4圈又24米

再行的米数：30－24＝6米。

3、A到D的距离：80×3＝240米

A到B（半周长）距离：240－60＝180米

圆的周长：180×2＝360米

**练2**

1、绕一圈所需的时间：（12+15+11）÷2＝19分

从A到B处所需的时间：19－15＝4分

2、4×2÷＝40千米

3、100÷（2－1）×（3+1）＝400米

**练3**

1、每跑100米，乙比甲多用时间：100÷4－100÷5＝5秒

甲追上乙要多跑100米需20秒，休息4次：20÷5＝4次

100×4＝400米

100×5＝500米

停了4次，共用的时间：20×5+40＝140秒

2、45：30＝3：2 4××45＝72千米

3、10000÷80＝125分钟

25×（10000÷400÷5－1）+10000÷400＝125分钟

**练4**

1、【（+）】×48－1÷2+1＝16次

2、【（81+89）×15－100】÷（100×2）+1＝13次（取整数部分）

3、甲速：（5×6－15）÷6＝2.5米/秒

乙速；（15－5×20÷2=2.5米/秒

汽车离开乙时，两人相距的路程：5×（30+2）－2.5×（30+2）＝80米

相遇时间：80÷（2.5+2.5）＝16秒

**练5**

1、90÷（60+40）×2＝1.8小时

2、400÷80＝5分 400÷50＝8分 5和8的最小公倍数是5×8＝40

3、甲、乙两人同时并排起跑到第一次相遇共用的时间：300÷（5－4.4）＝500秒；第一次相遇时，甲共行的路程：5×500＝2500米；第一次相遇在起跑线前面的距离：2500÷300＝8圈……100米

第35周行程问题（三）

**一、知识要点**

本周主要讲结合分数、百分数知识相关的较为复杂抽象的行程问题。要注意：出发的时间、地点和行驶方向、速度的变化等，常常需画线段图来帮助理解题意。

**二、精讲精练**

**【例题1】**客车和货车同时从A、B两地相对开出。客车每小时行驶50千米，货车的速度是客车的80%，相遇后客车继续行3.2小时到达B地。A、B两地相距多少千米？



如图35-1所示，要求A、B两地相距多少千米，先要求客、货车合行全程所需的时间。客车3.2小时行了50×3.2=160（千米），货车行160千米所需的时间为：

160÷（50×80%）=4（小时）

所以（50+50×80%）×4=360（千米）

答：A、B两地相距360千米。

**练习1：**

1、甲、乙两车分别从A、B两地同时出发相向而行，相遇点距中点320米。已知甲的速度是乙的速度的，甲每分钟行800米。求A、B两地的路程。

2、甲、乙两人分别从A、B两地同时出发相向而行，匀速前进。如果每人按一定的速度前进，则4小时相遇；如果每人各自都比原计划每小时少走1千米，则5小时相遇。那么A、B两地的距离是多少千米？

3、甲、乙两人同时骑自行车从东、西两镇相向而行，甲、乙的速度比是3：4。已知甲行了全程的，离相遇地点还有20千米，相遇时甲比乙少行多少千米？

**【答案】1.乙的速度：800÷=960（米/分）**

**相遇时间：320×2÷（960-800）=4（分）**

**AB两地距离：（960+800）×4=7040（米）**

**2.（1+1）÷（-）=40（千米）**

**3.甲乙之间的距离：20÷（-）=210（千米）**

**甲比乙少行：210×=30（千米）**

**【例题2】**从甲地到乙地的路程分为上坡、平路、下坡三段，各段路程之比是1：2：3，某人走这三段路所用的时间之比是4：5：6。已知他上坡时的速度为每小时2.5千米，路程全长为20千米。此人从甲地走到乙地需多长时间？

要求从甲地走到乙地需多长时间，先求上坡时用的时间。上坡的路程为20×=（千米），上坡的时间为÷2.5=（小时），从甲地走到乙地所需的时间为：÷=5（小时）

答：此人从甲地走到乙地需5小时。

**练习2：**

1、从甲地到乙地的路程分为上坡、平路、下坡三段，各段路程之比是2：3：5，小亮走这三段路所用的时间之比是6：5：4。已知小亮走平炉时的速度为每小时4.5千米，他从甲地走到乙地共用了5小时。问：甲、乙两地相距多少千米？

2、小明去登山，上午6点出发，走了一段平坦的路，爬上了一座山，在山顶停了1小时后按原路返回，中午11点回到家。已知他走平路的速度为每小时4千米，上坡速度为每小时3千米，下坡速度为每小时6千米。问：小明一共走了多少千米？

3、青青从家到学校正好要翻一座小山，她上坡每分钟行50米，下坡速度比上坡快40%，从就秒到学校的路程为2800米，上学要用50分钟。从学校回家要用多少时间？

**【答案】1.走平路所用的时间：5×=（时）**

**平路路程：4.5×=7.5（千米）**

1. **乙两地的距离：7.5÷=25（千米）**

**2.16千米**

**3.2800÷50+2800÷（50+50×40%）-50=46（分）**

**【例题3】**甲、乙两人分别从A、B两地出发，相向而行，出发时他们的速度比是3：2。他们第一次相遇后，甲的速度提高了20%，乙的速度提高了30%。这样，当几B地时，乙离A地还有14千米。那么A、B两地间的距离是多少千米？



把A、B两地的路程平均分成5份，第一次相遇，甲走了3份的路程，乙走了2份的路程，当他们第一次相遇后，甲、乙的速度比为[3×（1+20%）]：[2×（1+30%）]=18：13。甲到达B点还需行2份的路程，这时乙行了2÷18×13=1份路程，从图35-3可以看出14千米对应（5—2—1）份

[3×（1+20%）]：[2×（1+30%）]=18：13

2÷18×13=1（份）

5—（2+1）=1（份）

14÷1×5=45（千米）

答：A、B两地间的距离是45千米。

**练习3：**

1、甲、乙两人步行的速度比是13：11，他们分别由A、B两地同时出发相向而行，0.5小时后相遇。如果他们同向而行，那么甲追上乙需要几小时？

2、从A地到B地，甲要走2小时，乙要走1小时40分钟。若甲从A地出发8分钟后，乙从A地出发追甲。乙出发多久能追上甲？

3、甲、乙两车分别从A、B两地出发，相向而行。出发时，甲、乙的速度比是5：4，相遇后，甲的速度减少20%，乙的速度增加20%，这样，当甲到达B地时，乙离A地还有10千米。那么，A、B两地相距多少千米？

**【答案】1.（13+11）×0.5=12（长度单位）12÷（13-11）=6（时）**

**2.×8÷（-）=40（分）**

**3.[5×（1-20%）]：[4×（1+20%）]=5:6**

**4÷5×6=（份） 10÷（5-）×（5+4）=450（千米）**

**【例题4】**甲、乙两班学生到离校24千米的飞机场参观，一辆汽车一次只能坐一个班的学生。为了尽快到达机场，两个班商定，由甲班先坐车，乙班步行，同时出发。甲班学生在中途下车步行去机场，汽车立即返回接途中步行的乙班同学。已知凉拌学生步行的速度相同，汽车的速度是步行的7倍，汽车应在距机场多少千米处返回接乙班同学，才能使两班同学同时到达机场（学生上下车及汽车换向时间不计算）？



如图35-4所示，汽车到达甲班学生下车的地方又返回到与乙班学生相遇的地点，汽车所行路程应为乙班不行的7倍，即比乙班学生多走6倍，因此汽车单程比乙班步行多（6÷2）=3（倍）。

汽车返回与乙班相遇时，乙班步行的路程与甲班学生步行到机场的路程相等。由此得出汽车送甲班学生下车地点到几长的距离为学校到机场的距离的1/5。列算式为

24÷（1+3+1）=4.8（千米）

答：汽车应在距飞机场4.8千米处返回接乙班学生，才能使两班学生同时到达飞机场。

**练习4：**

1、红星小学有80名学生租了一辆40座的车去还边观看日出。未乘上车的学生步行，和汽车同时出发，由汽车往返接送。学校离还边48千米，汽车的速度是步行的9倍。汽车应在距还边多少千米处返回接第二批学生，才能使学生同时到达还边？

2、一辆汽车把货物从甲地云往乙地往返只用了5小时，去时所用的时间是回来的1倍，去时每小时比回来时慢17千米。汽车往返共行了多少千米？

3、甲、乙两人以同样的速度，同时从A、B两地相向出发，内向遇后甲的速度提高了，用2小时到达B地。乙的速度减少了，再用多少小时可到达A地？

**【答案】1.（9-1）÷2=4 48÷（1+4+1）=8（千米）**

**2.回来时时间：5÷（1+）=2（时）**

**去时所用时间5-2=3（时）**

**往返共行路程17×2÷（3-2）×3×2=204（千米）**

**3.4时**

**【例题5】**一辆汽车从甲地开往乙地，如果把车速提高20%，可以比原定时间提前1小时到达；如果按原速行驶120千米后，再将速度提高25%，则可提前40分钟到达。那么甲、乙两地相距多少千米？

此题是将行程、比例、百分数三种应用题综合在了一起。解题时，我们可先求出改车按原定速度到达乙地所需的时间，再求出甲、乙两地的路程。

由车速提高20%可知，现在速度与原来速度的比是（1+20%）：1=6：5，路程一定，所需时间比是速度比的反比。这样可算出原定时间为6小时。按原速行驶120千米后，速度提高25%可知，现速与原速的比是（1+25%）：1=5：4，即所需时间比为4：5，可算出行驶120千米后，还需÷（5—4）×5=3（小时），这样120千米占全程的（1—×3），即可算出甲、乙两地的距离。

现速与原速的比：（1+20%）：1=6：5

原定行完全程的时间：1÷（6—5）×6=6（小时）

行120千米后，加快的速度与原速的比：（1+25%）：1=5：4

行120千米后，还需行走的时间：÷（5—4）×5=3（小时）

甲、乙两地的距离：120÷（1—×3）=270（千米）

答：甲、乙两地的距离270千米。

**练习5：**

1、一辆车从甲地开往乙地。如果把车速提高25%，呢么可以比原定时间提前24分钟到达；如果以原速形式80千米后，再将速度提高，那么可以提前10分钟到达乙地。甲、乙两地相距多少器秒年米毫？

2、一个正方形的一边减少20%，另一边增加2米，得到一个长方形。这个长方形的面积与原正方形的面积想等。原正方形面积是多少平方米？

3、客、货车同时从甲、乙两地相对开出，相遇时客、货两车所行路程的比是5：4，相遇后货车每小时比相遇前每小时多走27千米。客车仍按原速前进，结果两车同时到达对方的出发站，已知客车一共行了10小时。甲、乙两地相距多少千米？

**【答案】1.120千米**

**2.64平方米**

**3.600千米**

# 第36周流水行船问题

**一、知识要点**

当你逆风骑自行车时有什么感觉？是的，逆风时需用很大力气，因为面对的是迎面吹来的风。当顺风时，借着风力，相对而言用里较少。在你的生活中是否也遇到过类似的如流水行船问题。

解答这类题的要素有下列几点：水速、流速、划速、距离，解答这类题与和差问题相似。划速相当于和差问题中的大数，水速相当于小数，顺流速相当于和数，逆流速相当于差速。

划速=（顺流船速+逆流船速）÷2；

水速=（顺流船速—逆流船速）÷2；

顺流船速=划速+水速；

逆流船速=划速—水速；

顺流船速=逆流船速+水速×2；

逆流船速=逆流船速—水速×2。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一条轮船往返于A、B两地之间，由A地到B地是顺水航行，由B地到A地是逆水航行。已知船在静水中的速度是每小时20千米，由A地到B地用了6小时，由B地到A地所用的时间是由A地到B地所用时间的1.5倍，求水流速度。

在这个问题中，不论船是逆水航行，还是顺水航行，其行驶的路程相等，都等于A、B两地之间的路程；而船顺水航行时，其形式的速度为船在静水中的速度加上水流速度，而船在怒水航行时的行驶速度是船在静水中的速度与水流速度的差。

解：设水流速度为每小时x千米，则船由A地到B地行驶的路程为[（20+x）×6]千米，船由B地到A地行驶的路程为[（20—x）×6×1.5]千米。列方程为

（20+x）×6=（20—x）×6×1.5

x=4

答：水流速度为每小时4千米。

**练习1：**

1、水流速度是每小时15千米。现在有船顺水而行，8小时行320千米。若逆水行320千米需几小时？

2、水流速度每小时5千米。现在有一船逆水在120千米的河中航行需6小时，顺水航行需几小时？

3、一船从A地顺流到B地，航行速度是每小时32千米，水流速度是每小时4千米，2天可以到达。次船从B地返回到A地需多少小时？

**答案**

1、逆水速度：320÷8-15-15

                    =40-15-15

                    =10（千米／小时）

逆水时间：320÷10=32（小时）

答：若逆水行320千米，需要32小时。

2、解:16190fa0da53bff  
1618b83f2772fed  
1614a5cdd3135cf(小时)  
答:顺水航行需4小时.

3、顺水速度=船速+水流速度  
逆水速度=船速-水流速度  
水流速度=(顺水速度-逆水速度)/2  
船速=(顺水速度+逆水速度)/2  
船速14feda7de871af7千米/小时  
顺流行驶时间150a3a23ac72855小时  
路程150a3a23c4ecdec千米  
返回时速度为逆水14e1f2231a498fc千米/小时  
返回需要时间150a3a23b8ac2ed小时  
或者用比例做法，路程一定，速度比等于时间的反比  
去时速度14cf995c77a0baf千米/小时，回来时速度14cfa041d5ad5bb千米/小时  
设返回用a小时  
150a3a23cc747ac：60  
14d64c7fa235c97小时

**【例题2】**有一船行驶于120千米长的河中，逆行需10小时，顺行要6小时，求船速和水速。

这题条件中有行驶的路程和行驶的时间，这样可分别算出船在逆流时的行驶速度和顺流时的行驶速度，再根据和差问题就可以算出船速和水速。列式为

逆流速：120÷10=12（千米/时）

顺流速：120÷6=12（千米/时）

船速：（20+12）÷2=16（千米/时）

水速：（20—12）÷2=4（千米/时）

答：船速是每小时行16千米，水速是每小时行4千米。

**练习2：**

1、有只大木船在长江中航行。逆流而上5小时行5千米，顺流而下1小时行5千米。求这只木船每小时划船速度和河水的流速各是多少？

2、有一船完成360千米的水程运输任务。顺流而下30小时到达，但逆流而上则需60小时。求河水流速和静水中划行的速度？

3、一海轮在海中航行。顺风每小时行45千米，逆风每小时行31千米。求这艘海轮每小时的划速和风速各是多少？

**答案**

1. 从题目可以得出逆流而上1小时行1KM 假设水流速度是X KM/H，船行速度是Y KM/H。 X+Y=5 X=5-Y Y-X=1 Y-（5-Y）=1 Y-5+Y=1 2Y=6 Y=3 在把Y带入 X+Y=5 X+3=5 X=2 答：船速度和河水流速各是 3KM/H和 2KM/H

2、解：360÷30＝12(千米/小时) ，360÷60＝6(千米/小时) ， (12－6)÷2＝3(千米/小时)，(12＋6)÷2＝9(千米/小时)故答案为：3千米/小时；9千米/小时

解析

先求出顺流速度和逆流速度，再算出河水速度和静水速度.

掌握顺流速度和逆流速度的含义.

3、解：(45－31)÷2

=14÷2

=7(千米/时)

31＋7=38(千米/时)

答：海轮的划速是38千米/时，风速是7千米/时.

故答案为：

38千米/时；7千米/时.

解析

依据题意，海轮顺风时的速度=船速+风速=45，逆风时的速度=船速－风速=31，根据和差问题的思路(两数和－两数差)÷2=较小的数解答即可.

**【例题3】**轮船以同一速度往返于两码头之间。它顺流而下，行了8小时；逆流而上，行了10小时。如果水流速度是每小时3千米，求两码头之间的距离。

在同一线段图上做下列游动性示意图36-1演示：



因为水流速度是每小时3千米，所以顺流比逆流每小时快6千米。如果怒六时也行8小时，则只能到A地。那么A、B的距离就是顺流比逆流8小时多行的航程，即6×8=48千米。而这段航程又正好是逆流2小时所行的。由此得出逆流时的速度。列算式为

（3+3）×8÷（10—8）×10=240（千米）

答：两码头之间相距240千米。

**练习3：**

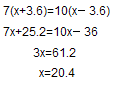
1、一走轮船以同样的速度往返于甲、乙两个港口，它顺流而下行了7小时，逆流而上行了10小时。如果水流速度是每小时3.6千米，求甲、乙两个港口之间的距离。

2、一艘渔船顺水每小时行18千米，逆水每小时行15千米。求船速和水速各是多少？

3、沿河有上、下两个市镇，相距85千米。有一只船往返两市镇之间，船的速度是每小时18.5千米，水流速度每小时1.5千米。求往返依次所需的时间。

**答案**

1、解：设轮船的速度为每小时x 千米.



(20.4+3.6)×7=168(千米)

答：甲、乙两个港口之间的距离是168千米.

故答案为：

168千米

这道题的关键是正确确定轮船速度为未知数x，根据题目中的等量关系，列出方程，再求出方程的解，注意格式要写解设，等号要对齐.然后再求出两港口之间的距离.

解析

这道题可以用方程来解答，设轮船的速度为未知数，求出轮船速度后，再求出甲乙两个港口之间的距离.

2、解:因为船速一定,  
故有161777a2f71855f水速1615049f874df44水速,  
2水速=4,水速1614a69f4109fae(千米);  
船速16190f5b58834e5(千米).  
答:船速每小时10千米,水速每小时2千米.

解析

船的顺水速=船速+水速,逆水速=船速-水速,将数据代入关系式,就能分别球的船速和水速.  
此题主要考查船的顺水速和逆水速,依据船的顺水速=船速+水速,逆水速=船速-水速.

3、解:15e768bd7d8a225  
15e768bd8185202  
15694bc26ea8a9e(小时)   
15e768bd8fc632e  
15d2cc2bed1bae6  
15658d631dc7acf(小时)   
答:顺水需要的时间是4.25小时,逆水需要的时间是5小时.

解析

用船速加上水流速度,就是顺水速,用85千米除以顺水速就是顺水所需要的时间;再用船速减去水流的速度,即可求出逆水速,再用路程85千米除以逆水速,就是逆水时需要的时间.

**【例题4】**汽船每小时行30千米，在长176千米的河中逆流航行要11小时到达，返回需几小时？

依据船逆流在176千米的河中所需航行时间是11小时，可以求出逆流的速度。返回原地是顺流而行，用行驶路程除以顺流速度，可求出返回所需的时间。

逆流速：176÷11=16（千米/时）

所需时间：176÷[30+（30—16）]=4（小时）

答：返回原地需4小时。

**练习4：**

1、当一机动船在水流每小时3千米的河中逆流而上时，8小时行48千米。返回时水流速度是逆流而上的2倍。需几小时行195千米？

2、已知一船自上游向下游航行，经9小时后，已行673千米，此船每小时的划速是47千米。求此河的水速是多少？

3、一只小船在河中逆流航行3小时行3千米，顺流航行1小时行3千米。求这只船每小时的速度和河流的速度各是多少

**答案**

1、解：逆流船速=48÷8=6千米/小时  
静水船速=6+3=9千米/小时  
返回水流速度=3x2=6千米/小时  
返回速度=9+6=15千米/小时  
返回时间=195÷15=13小时

答：需要13小时行195千米.

故答案为：

13小时

2、解：

673÷9－47

＝74 7/9－47

＝27 7/9(千米)

答：河水的速度是27 7/9千米.

故答案为：

27 7/9千米

解析

根据题意，经9小时后，已行673千米，可以求出每小时行多少千米，然后再减去船的速度，就是水流的速度，由此即可解答.

本题解题关键是根据题目中的条件：已知一艘船自上游向下游航行，经9小时后，已行673千米，求出每小时行多少千米，然后减去每小时的船速就是河水的速度.

3、解：船速+水速=3(千米/时)

船速－水速=3÷3=1(千米/时)

船速：(3+1)÷2=2(千米/时)

水速：3－2=1(千米/时)

答：船速是2千米/时，水速是1千米/时.

故答案为：

2千米/时；1千米/时.

**【例题5】**有甲、乙两船，甲船和漂流物同时由河西向东而行，乙船也同时从河东向西而行。甲船行4小时后与漂流物相距100千米，乙船行12小时后与漂流物相遇，两船的划速相同，河长多少千米？

漂流物和水同速，甲船是划速和水速的和，甲船4小时后，距漂流物100千米，即每小时行100÷4=25（千米）。乙船12小时后与漂流物相遇，所受的阻力和漂流物的速度等于划速。这样，即可算出河长。列算式为

船速：100÷4=25（千米/时）

河长：25×12=300（千米）

答：河长300千米。

**练习5：**

1、有两只木排，甲木排和漂流物同时由A地向B地前行，乙木排也同时从B地向A地前行，甲木排5小时后与漂流物相距75千米，乙木排行15小时后与漂流物相遇，两木排的划速相同，A、B两地长多少千米？

2、有一条河在降雨后，每小时水的流速在中流和沿岸不同。中流每小时59千米，沿岸每小时45千米。有一汽船逆流而上，从沿岸航行15小时走完570千米的路程，回来时几小时走完中流的全程？

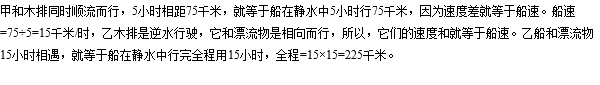
3、有一架飞机顺风而行4小时飞360千米。今出发至某地顺风去，逆风会，返回的时间比去的时间多3小时。已知逆风速为75千米/小时，求距目的地多少千米？

**答案**

1、船速=75÷5=15千米/时

全程=15×15=225千米

解析



2、逆流航速：570÷15=每小时38千米，逆流时，航速=船速-水流速度，所以船速=45+38=每小时83千米回来为顺流，航速=船速+水流速度=83+59=142回来时间=570÷142=4.01小时

3、∵顺风而行4小时飞360千米  
∴顺风速度90千米/时,  
∵逆风回,返回的时间比去的时间多3小时.已知逆风速为75千米/时  
∴顺风时间14d4ae579f20ced小时  
∴距目的地14d4ae579d09124千米第37周对策问题

**一、知识要点**

同学们都熟悉“田忌与齐王赛马”的故事，这个故事给我们的启示是：田忌采用了“扬长避短”的策略，取得了胜利。

生活中的许多事物都蕴含着数学道理，人们在竞赛和争斗中总是玩游戏，大至体育比赛、军事较量等，人们在竞赛和争斗中总是希望自己或自己的一方获取胜利，这就要求参与竞争的双方都要制定出自己的策略，这就是所谓“知己知彼，百战不殆”。哪一方的策略更胜一筹，哪一方就会取得最终的胜利。

解决这类问题一般采用逆推法和归纳法。

**二、精讲精练**

**【例题1】**两个人做一个移火柴的游戏，比赛的规则是：两人从一堆火柴中可轮流移走1至7根火柴，直到移尽为止。挨到谁移走最后一根火柴就算谁输。如果开始时有1000根火柴，首先移火柴的人在第一次移走多少根时才能在游戏中保证获胜。

先移火柴的人要取胜，只要取走第999根火柴，即利用逆推法就可得到答案。

设先移的人为甲，后移的人为乙。甲要取胜只要取走第999根火柴。因此，只要取到第991根就可以了（如乙取1根甲就取7根；如乙取2根甲就取6根。依次类推，甲取的与乙取的之和为8根火柴）。由此继续推下去，甲只要取第983根，第975根，……第7根就能保证获胜。

所以，先移火柴的人要保证获胜，第一次应移走7根火柴。

**练习1：**

1、一堆火柴40根，甲、乙两人轮流去拿，谁拿到最后一根谁胜。每人每次可以拿1至3根，不许不拿，乙让甲先拿。问：谁能一定取胜？他要取胜应采取什么策略？

2、两人轮流报数，规定每次报的数都是不超过8的自然数，把两人报的数累加起来，谁先报到88，谁就获胜。问：先报数者有必胜的策略吗？

3、把1994个空格排成一排，第一格中放一枚棋子，甲、乙两人轮流移动棋子，每人每次可后移1格、2格、3格，谁先移到最后一格谁胜。先移者确保获胜的方法是什么？

**答案**

1、解：乙一定能取胜，他采取让甲先拿，乙每次拿的根数要保持与甲拿的根数和为4，即甲拿1，乙则拿3；甲拿2，乙则拿2；甲拿3，乙则拿1，便可取胜.

故答案为：

乙一定能取胜，他采取让甲先拿，乙每次拿的根数要保持与甲拿的根数和为4，即甲拿1，乙则拿3；甲拿2，乙则拿2；甲拿3，乙则拿1，便可取胜.

解析

仔细看题，读懂题意，细心推敲字词句，准确弄懂题目意图，本题主要练习的是倍数、因数的意义,40是4的整数倍,乙只要与甲拿的根数和为4，即甲拿1，乙则拿3；甲拿2，乙则拿2；甲拿3，乙则拿1，乙便可取胜.

看清题意，特别要注重培养具体问题具体分析的习惯和灵活运用知识的能力，让甲先拿，乙每次拿的根数要保持与甲拿的根数和为4，即甲拿1，乙则拿3；甲拿2，乙则拿2；甲拿3，乙则拿1，乙便可取胜.这样，才能使学生对应用题算得正确迅速.

2、能报的数有1,2,3,4,5,6  
∴,如果66是胜利,则14d65311c901eb0也是胜利  
因为对方1,你就6,对方2,你就5,以此类推.  
于是,3是第一个必胜点.10是第二个,以此类推.  
就看谁抢到这些数字  
直接就报3则必胜

3、解：因为，1994个空格，走到终点需要1993步(起点不算)，  
(1994-1)÷(1+3)=498…1，先移者第一次向右移1格，以后每一轮保证向右移的格数与对方加起来是4格，由此，先移者胜．故答案为：解析：因为，(1994-1)÷(1+3)=498…1，所以，先移者确保获胜的方法是：第一次向右移1格，即移到第2格，以后每一轮保证向右移与对方加起来是4格，由此先移者获胜．

解答此题的关键是，根据所给的格数和所要求的移动格子数，判断出先移者第一次移动的格数，及先移者每次移动的格子数，先行者即可获胜．

**【例题2】**有1987粒棋子。甲、乙两人分别轮流取棋子，每次最少取1粒，最多取4粒，不能不取，取到最后一粒的为胜者。现在两人通过抽签决定谁先取。你认为先取的能胜，还是后取的能胜？怎样取法才能取胜？

从结局开始，倒推上去。不妨设甲先取，乙后取，剩下1至4粒，甲可以一次拿完。如果剩下5粒棋子，则甲不能一次拿完，乙胜。因此甲想取胜，只要在某一时刻留下5粒棋子就行了。不妨设甲先取，则甲能取胜。甲第一次取2粒，以后无论乙拿几粒，甲只要使自己的粒数与乙拿的粒数之和正好等于5，这样，每一轮后，剩下的棋子粒数总是5的倍数，最后总能留下5粒棋子，因此，甲先取必胜。

**练习2：**

1、甲、乙两人轮流从1993粒棋子中取走1粒或2粒或3粒，谁取到最后一粒的是胜利者，你认为先取的能获胜，还是后取的能获胜，应采取什么策略？

2、有1997根火柴，甲、乙两人轮流取火柴，每人每次可取1至10根，谁能取到最后一根谁为胜利者，甲先取，乙后取。甲有获胜的可能吗？取胜的策略是什么？

3、盒子里有47粒珠子，两人轮流取，每次最多取5粒，最少取1粒，谁最先把盒子的珠子取完，谁就胜利，小明和小红来玩这个取珠子的游戏，先名先、小红后，谁胜？取胜的策略是什么？

**答案**

1、1、后拿者,只要不出错,可必胜。策略是：如果甲拿1,乙拿3,甲拿2,乙拿2,甲拿3,乙拿1,这样每次合拿4支,可保乙必胜。2、先报数者有必胜的策略.不超过8,也就是可以报14d081bec18e451,拿起来为14de684c209e391余7，先报7,余下81,然后根据第二人的报数,先报数者用9减去第二者的报数,报出即可。(也就是要保证两次报数之和为9,如第二人报6,先报者跟着报14dad5c6163aa03

2、解：先取者甲一定能胜；因为1997=181×11+6，甲开始取6根，余下99根是11的倍数，这时不论乙取多少，甲再取的火柴根数与乙刚才取的数目凑成11（这时余下88根，仍是11的倍数）；依此法进行，直至最后余下11根火柴时，轮到乙取，这时不论乙取几根火柴时，余下火柴甲都可一次取完．故答案为：如果不许不拿的话（即至少拿1根），肯定不公平，因为先拿的必胜。  
先拿取胜的方法是：第一次取1根即可。  
因为1997/（1+10）=181……6也就是说先取掉1根后所剩余的是11的倍数，无论后取者乙如何取，先取者甲总能使剩余火柴数保持为11的倍数（乙取1，则甲取10；乙取2，则甲取9，类推），即火柴每次以11个11个减少，到最后必然只剩11个，这时无论乙如何取，甲总能取到最后1根。

此题属于较难的逻辑推理题，应根据题目要求和数的特点，进行分析，进而得出问题答案．

解析

解决这类问题一般采用逆推法和归纳法

3、解：

小明胜.取胜的策略是：小明先取3粒，然后后面的就剩下了84粒，这84粒可以分成14组，每组6粒，不管小红每次拿几粒，小明只要保证和小红拿的加在一起是6粒，小明就能保证先把珠子取完而获胜.

解析

两人轮流取珠子，每次最多取5粒，最少取1粒，小明先取3粒，然后后面的就剩下了84粒，这84粒可以分成14组，每组6粒，不管小红每次拿几粒，小明只要保证和小红拿的加在一起是6粒，小明就能保证先把珠子取完而获胜.

这是一道预测简单事件发生的可能性的问题，两人轮流取珠子，每次最多取5粒，最少取1粒，小明先取3粒，然后后面的就剩下了84粒，这84粒可以分成14组，每组6粒，不管小红每次拿几粒，小明只要保证和小红拿的加在一起是6粒，小明就能保证先把珠子取完而获胜，同学们在做这类题时要认真分析，仔细推敲，才能真确答题.

**【例题3】**在黑板上写有999个数：2，3，4，……，1000。甲、乙两人轮流擦去黑板上的一个数（甲先擦，乙后擦），如果最后剩下的两个数互质，则甲胜，否则乙胜。谁必胜？必胜的策略是什么？

甲先擦去1000，剩下的998个数，分为499个数对：（2，3），（4，5），（6，7），……（998，999）。可见每一对数中的两个数互质。如果乙擦去某一对中的一个，甲则接着擦去这对中的另一个，这样乙、甲轮流去擦，总是一对数、一对数地擦，最后剩下的一对数必互质。所以，甲必胜。

**练习3：**

**1、**甲、乙两人轮流从分别写有1，2，3，……，99的99张卡片中任意取走一张，先取卡的人能否保证在他取走的第97张卡片时，使剩下的两张卡片上的数一个是奇数，一个是偶数？

2、两个人进行如下游戏，即两个人轮流从数列1，2，3，……，100，101勾去九个数。经过这样的11次删除后，还剩下两个数。如果这两个数的差是55，这时判第一个勾数的人获胜。问第一个勾数的人能否获胜？获胜的策略是什么？

3、在黑板上写n—1（n＞3）个数：2，3，4，……，n。甲、乙两人轮流在黑板上擦去一个数。如果最后剩下的两个数互质，则乙胜，否则甲胜。N分别取什么值时：（1）甲必胜？（2）乙必胜？必胜的策略是什么？

**答案**

1、解:因为99张卡中奇数卡会比偶数卡多出一张,假设先抽卡的人是甲,他第一张先把一张奇数卡抽掉,那么就剩下98张卡奇偶各半,只要保证乙抽奇数卡时甲就抽偶数卡,乙抽偶数卡时甲就抽奇数卡,这样当最后甲抽走第97张卡的时候,剩下的两张就自然是一张奇数,一张偶数.解析：通过分析可知:因为99张卡中奇数卡会比偶数卡多出一张,假设先抽卡的人是甲,他第一张先把一张奇数卡抽掉,那么就剩下98张卡奇偶各半,只要保证乙抽奇数卡时甲就抽偶数卡,乙抽偶数卡时甲就抽奇数卡,这样当最后甲抽走第97张卡的时候,剩下的两张就自然是一张奇数,一张偶数.据此解答即可.  
解答此题的关键是知道先取的数是多少,和每次应该怎么取,即可得出答案.

2、解：首先你要先想一下14dd64ca9de9a32能配对的哪有哪些,14e6b58d125ee46,14e6b58d0c67045,你就会发现只有14e6b58d0f0a366这九个数无法配对,因此,第一次九删除这九个数,好办了,第二个人如果删了1,我就删56,这样下去,5个回合后顶多能删除14d471c06832681对,而我们一共有14e6b58d0a427a1对也就是中有一对数组存在.  
如果第二个人把配对的如14e6b58d125ee46删了,我们就必须这么做,他在哪一个回合中删了多少个配对,我们也删对少个配对,与他保持一致就行了.

3、解：

(1)当n=2006时，甲采用如下策略：先擦去2006，然后将剩下的2004个自然数分为1002组，(2，3)(4，5)，…(2004，2005)，乙擦去哪个组的一个数，甲接着就擦去同一组的另个数，这样最后剩下的两个数是相邻的两个数，而相邻的两个数是互质的，所以甲必胜；(2)乙必胜的策略：①当甲始终擦去偶数时，乙留下一对不互质的奇数，例如，3和9，而擦去其余的奇数；②当甲从某一步开始擦去奇数时，乙可以跟着擦去奇数，这样最后给乙留下的三个数有两种情况，一种是剩下一个偶数和两个奇数3和9，此时乙擦掉那个偶数，另一种是至少两个偶数，此时乙留下两个偶数就可以了．

通过假设归纳试验得出最终的结果，掌握使用策略解决问题.

解析:

这里关键是第一次写什么数，写多少个数，谁先擦掉一个数，这是一个策略问题。

**【例题4】**甲、乙两人轮流在黑板上写下不超过10的自然数，规定禁止在黑板上写已写过的数的约数，最后不能写的人为失败者。如果甲第一个写，谁一定获胜？写出一种获胜的方法。

这里关键是第一次写什么数，总共只有10个数，可通过归纳试验。

甲不能写1，否则乙写6，乙可获胜；甲不能写3，5，7，否则乙写8，乙可获胜；甲不能写4，9，10，否则乙写6，乙可获胜。因此，甲先写6或8，才有可能获胜。

甲可以获胜。如甲写6，去掉6的约数1，2，3，6，乙只能写4，5，7，8，9，10这六个数中的一个，将这六个数分成（4，5），（7，9），（8，10）三组，当乙写某组中的一个数，甲就写另一个数，甲就能获胜。

**练习4：**

1、甲、乙两人轮流在黑板上写上不超过14的自然数。书写规则是：不允许写黑板上已写过的数的约数，轮到书写人无法再写时就是输者。现甲先写，乙后写，谁能获胜？应采取什么对策？

2、甲、乙两人轮流从分别写有3，4，5，……，11的9张卡片中任意取走一张，规定取卡人不能取已取过的数的倍数，轮到谁无法再取时，谁就输。现甲先取，乙后取，甲能否必然获绳？应采取的对策是什么？

3、甲、乙两人轮流在2004粒棋子中取走1粒，3粒，5粒或7粒棋子。甲先取，乙后取，取到最后一粒棋子者为胜者。甲、乙两人谁能获胜？

**答案**

1. 甲取胜。  
   第一步 甲写12，剩下的数有（5,10）、（7,14）和8、9、11、13  
   乙如写5,甲写7,乙 如写10 ,甲写14  
   剩下8、9、11、13甲总能写到最后一个数,从而获胜.
2. 解：共9张，则先抽的人要比后抽的人多抽一张，则甲先抽的必然获胜.因题中规定取卡人不能取已取过的数的倍数，故先从所给数中最大的开始抽，则先抽的要多抽一张，则后抽的就输了.答：甲必然获胜，采取从最大的数开始抽的对策.故答案为：必然；从最大的数开始抽取 .此类型题目考查我们对通过一一列举措施来解决问题的掌握方法，再根据题目意思我们进行作答.在作答过程中要读懂题目，避免出错.解析首先我们看看这道题目，共有9张卡片，则谁先抽取的则谁就能获胜，再根据题意进行解答即可。
3. 甲胜  
   甲在第一次取走4粒此时胜2000粒，轮到乙取乙无论取多少粒，甲都可以取相应的粒数，使得甲取的粒数与乙取的粒数之和为8(例如乙取3粒，甲取5粒等)这样取一轮后，剩下1992粒，也能被8整除，以此类推当经过了249轮之后，剩下8粒，轮到乙取此时无论乙取多少粒，甲都可以取完剩下的棋子，所以最后是甲胜

**【例题5】**有一个3×3的棋盘以及9张大小为一个方格的卡片如图37-1所示，9张卡片分别写有：1，3，4，5，6，7，8，9，10这几个数。小兵和小强两人做游戏，轮流取一张卡片放在9格中的一格，小兵计算上、下两行6个数的和；小强计算左、右两列6个数的和，和数大的一方取胜。小兵一定能取胜吗？

如图37-1所示，由于4个角的数是两人共有的，因而和数的大小只与放在A，B，C，D这4个格中的数有关。

小兵要获胜，必须采取如下策略，尽可能把大数填入A或C格，尽可能将小数填入B格或D格。

由于1+10＜3+9，即B+D＜A+C，小兵应先将1放在B格，如小强把10放进D格，小兵再把9放进A格，这时不论小强怎么做，C格中一定是大于或等于3的数，因而小兵获胜。如小强把3放进A格，小兵只需将9放到C格，小兵也一定获胜。

**练习5：**

**1、**在5×5的棋盘的右上角放一枚棋子，每一步只能向左、想下或向左下对角线走一格。两人交替走，谁为胜者。必胜的策略是什么？

2、甲、乙两人轮流往一个圆桌面上放同样大小的硬币，规则是每人每次只能放一枚，硬币不能重叠，谁放完最后一枚硬币而使对方再无处可放，谁就获胜。如果甲先放，那么他怎样才能取胜？

3、两人轮流在3×3的方格中画“√”和“×”，规定每人每次至少画一格，至多画三格，所有的格画满后，谁画的符号总数为偶数，谁就获胜。谁有获胜的策略？

**答案**

1、解：

后走者必胜的策略“跟着前者走”，即前者走左格，后者也走左格，前者走下格，后者也走下格，前者走对角线格，后者也走对角线格.

故答案为：

略

解析

找到制胜点利用倒推法进行分析.

局面已对称－抢后，跟随对方是解本题关键.

2、解：如果甲先放，他应该把硬币放在圆形桌面的圆心处，根据圆的对称性，乙每放一枚硬币，甲总是可以在它的对称位置放一枚硬币，这样乙总是要寻找位置来放，甲只要放在与乙对称的位置就行了，只要乙能找到位置，甲也总是能找到位置，最后甲必然能够获胜.故答案为：如果甲先放，他应该把硬币放在圆形桌面的圆心处.

解析

根据圆的对称性设计放硬币的方案.

理解圆的对称性是解决本题的关键.

3、解：

第一步画1格，你就画3格，他输；第一步画2格，你就画2格，他输；第一步画3格，你就画1格，他输；画错就输

故答案为：

第一步画1格，你就画3格，他输；第一步画2格，你就画2格，他输；第一步画3格，你就画1格，他输；画错就输.

解析

此题需要探索其中的规律，通过分析发现，第一步画1格，你就画3格，他输；第一步画2格，你就画2格，他输；第一步画3格，你就画1格，他输；画错就输.

 此题的解题关键是考查学生对于探索规律的认识和理解，通过分析发现，第一步画1格，你就画3格，他输；第一步画2格，你就画2格，他输；第一步画3格，你就画1格，他输；画错就输.

# 第38周应用同余问题

**一、知识要点**

同余这个概念最初是由伟大的德国数学家高斯发现的。同余的定义是这样的：

两个整数a，b，如果它们除以同一自然数m所得的余数想同，则称a，b对于模m同余。记作：a≡b（mod　ｍ）。读做：ａ同余于ｂ模ｍ。比如，12除以5，47除以5，它们有相同的余数2，这时我们就说，对于除数5，12和47同余，记做12≡47（mod　5）。

同余的性质比较多，主要有以下一些：

性质（1）：对于同一个出书，两个数之和（或差）与它们的余数之和（或差）同余。比如：32除以5余数是2，19除以5余数是4，两个余数的和是2+4=6。“32+19”除以5的余数就恰好等于它们的余数和6除以5的余数。也就是说，对于除数5，“32+19”与它们的余数和“2+4”同余，用符号表示就是：32≡2（mod　5），19≡4（mod　5），32+19≡2+4≡1（mod　5）

性质（2）：对于同意个除数，两个数的乘积与它们余数的乘积同余。

性质（3）：对于同意个除数，如果有两个整数同余，那么它们的差就一定能被这个除数整除。

性质（4）：对于同意个除数，如果两个整数同余，那么它们的乘方仍然同余。

应用同余性质几萼体的关键是要在正确理解的基础上灵活运用同余性质。把求一个较大的数除以某数的余数问题转化为求一个较小的数除以这个数的余数，使复杂的题变简单，使困难的题变容易。

**二、精讲精练**

**【例题1】**求1992×59除以7的余数。

应用同余性质（2）可将1992×59转化为求1992除以7和59除以7的余数的乘积，使计算简化。1992除以7余4，59除以7余3。根据同余性质，“4×3”除以7的余数与“1992×59”除以7的余数应该是相同的，通过求“4×3”除以7的余数就可知道1992×59除以7的余数了。

因为1992×59≡4×3≡5（mod 7）

所以1992×59除以7的余数是5。

**练习1：**

1、求4217×364除以6的余数。

2、求1339655×12除以13的余数。

3、求879×4376×5283除以11的余数。

**【答案】1.4217×364≡5×4≡2（mod 6）**

**2.1339655×12≡5×12≡8（mod 13）**

**3.879×4376×5283≡10×9×3≡6（mod 11）**

**【例题2】**已知2001年的国庆节是星期一，求2010年的国庆节是星期几？

一星期有7天，要求2010年的国庆节是星期几，就要求从2001年到2010年的国庆节的总天数被7除的余数就行了。但在甲酸中，如果我们能充分利用同余性质，就可以不必算出这个总天数。

2001年国庆节到2010年国庆节之间共有2个闰年7个平年，即有“366×2+365×7”天。因为366×2≡2×2≡4（mod 7），365×7≡1×7≡0（mod 7），366×2+365×7≡2×2+1×7≡4+0≡4（mod 7）

答：2010年的国庆节是星期五。

**练习2：**

1、已知2002年元旦是星期二。求2008年元旦是星期几？

2、已知2002年的“七月一日”是星期一。求2015年的“十月一日”是星期几？

3、今天是星期四，再过36515是星期几？

**【答案】1.2008年元旦是星期二。**

**2.2015年10月1日是星期四。**

**3.36515天是星期五。**

**【例题3】**求2001的2003次方除以13的余数。

2001除以13余12，即2001≡12（mod 13）。根据同余性质（4），可知2001的2003次方≡12的2003次方（mod 13），但12的2003次方仍然是一个很大的值，要求它的余数比较困难。这时的关键就是要找出12的几次方对模13与1是同余的。经试验可知12的平方≡1（mod 13），而2003≡2×1001+1。所以（12的平方）的1001次方≡1的1001（mod 13），即12的2002次方≡1（mod 13），而12的2003次方≡12的2002次方×12。根据同余性质（2）可知12的2002次方×12≡1×12≡12（mod 13）

因为：2001的2003次方≡12的2003次方（mod 13）

12的平方≡1（mod 13），而2003≡2×1001+1

12的2003次方≡12的2002次方×12≡1×12≡12（mod 13）

所以2001的2003次方除以13的余数是12。

**练习3：**

1、求16的200次方除以13的余数。

2、求3的92次方除以21余几。

3、9个小朋友坐成一圈，要把35的7次方粒瓜子平均分给他们，最后剩下几粒？

**【答案】1.16200除以13的余数是9.**

**2.392除以21余数是9.**

**3.最后剩下8粒.**

**【例题4】**自然数16520，14903，14177除以m的余数相同，m最大是多少？

自然数16520，14903，14177除以m的余数相同，换句话说就是16520≡14903≡14177（mod m）。根据同余性质（3），这三个饿数同余，那么它们的差就能被m整除。要求m最大是多少，就是求它们差的最大公约数是多少？

因为16520—14903=1617=3×7的平方×11

16520—14177=2343=3×11×71

14903—14177=726=2×3×11的平方

M是这些差的公约数，m最大是3×11=33。

**练习4：**

1、若2836、4582、5164、6522四个整数都被同一个两位数相除，所得的余数相同。除数是多少？

2、一个整数除226、192、141都得到相同的余数，且余数不为0，这个整数是几？

3、当1991和1769除以某一个自然数m时，余数分别为2和1，那么m最小是多少？

**【答案】1.4582-2836=1746=2×97×32 5164-4582=582=2×97×3**

**6522-5164=1358=2×97×7 因为除数是两位数，所以除数应是97.**

**2.226-192=34=17×2 226×141=85=17×5 192-141=51=17×3**

**因为余数不为0，所以求的应是34,85,51的不为1的公因数，所以这个整数是17.**

**3.假设余数都是2，那么这两个数就是1991和1770，由于1991和1770同余。m就能整除它们的差。1991-1770=221=13×17，经检验，m最小是13.**

**【例题5】**某数用6除余3，用7除余5，用8除余1，这个数最小是几？

我们可从较大的除数开始尝试。首先考虑与1模8同余的数，9≡1（mod 8），但9输以7余数不是5，所以某数不是9。17≡1（mod 8），17除以7的余数也不是5。25≡1（mod 8），25除以7的余数也不是5。33≡1（mod 8），33除以7的余数正好是5，而且33除以6余数正好是3，所以这个数最小是33。上面的方法实际是一种列举法，也可以简化为下面的格式：

被8除余1的数有：9，17，25，33，41，49，57，65，73，81，89，……其中被7除余5的数有：33，89，……这些数中被6除余3的数最小是33。

**练习5：**

1、某数除以7余1，除以5余1，除以12余9。这个数最小是几？

2、某数除以7余6，除以5余1，除以11余3，求此数最小值。

3、在一个圆圈上有几十个孔（如图38-1），小明像玩跳棋那样从A孔出发沿逆时针方向每隔几个孔跳一步，希望一圈以后能跑回A孔，他先试着每隔2孔跳一步，也只能跳到B孔。最后他每隔6孔跳一步，正好跳回A孔。问：这个圆圈上共有多少个孔？

**【答案】1.除以7余1，除以5余1 ，则这个数除以35也余1，符合条件的数有36,71,106,141,176,210，…，其中除以12余9的数最小是141.**

**2.此数最小是146.**

**3.每隔2个孔跳一步，结果跳到B孔，换句话说就是被3除余1.每隔4孔跳一步，结果跳到B孔，就是被5除余1.每隔6个孔跳一步，正好跳回A孔，就是被7整除。满足以上条件的两位数是91。所以圆圈上共有91个孔。**

# 第39周“牛吃草”问题

**一、知识要点**

牛吃草问题是牛顿问题，因牛顿提出而得名的。“一堆草可供10头牛吃3天，供6头牛吃几天？”这题很简单，用3×10÷6=5（天），如果把“一堆草”换成“一片正在生长的草地”，问题就不那么简单了。因为草每天走在生长，草的数量在不断变化。这类工作总量不固定（均匀变化）的问题就是“牛吃草”问题。

解答这类题的关键是要想办法从变化中找到不变的量。牧场上原有的草是不变的，新长出的草虽然在变化，因为是匀速生长，所以每天新长出的草是不变的。正确计算草地上原有的草及每天长出的草，问题就容易解决了。

**二、精讲精练**

**【例题1】**一片青草地，每天都匀速长出青草，这片青草可供27头牛吃6周或23头牛吃9周，那么这片草地可供21头牛吃几周？

这片草地上的草的数量每天都在变化，解题的关键应找到不变量——即原来的草的数量。因为总草量可以分成两部分：原有的草与新长出的草。新长出的草虽然在变，但应注意到是匀速生长，因而这片草地每天新长出的草的数量也是不变的。

假设1头牛一周吃的草的数量为1份，那么27头牛6周需要吃27×6=162（份），此时新草与原有的草均被吃完；23头牛9周需吃23×9=207（份），此时新草与原有的草也均被吃完。而162份是原有的草的数量与6周新长出的草的数量的总和；207份是原有的草的数量与9周新长出的草的数量的总和，因此每周新长出的草的份数为：（207-162）÷（9-6）=15（份），所以，原有草的数量为：162-15×6=72（份）。这片草地每周新长草15份相当于可安排15头牛专吃新长出来的草，于是这片草地可供21 头牛吃72÷（21-15）＝12（周）

**练习1**

1、一片草地，每天都匀速长出青草，如果可供24头牛吃6天，20头牛吃10天，那么可供19头牛吃几天？

2、牧场上一片草地，每天牧草都匀速生长，这片牧草可供10头牛吃20天，或者可供15头牛吃10天，问可供25头牛吃几天？

3、牧场上的青草每天都在匀速生长，这片青草可供27头牛吃6周或23头牛吃9周，那么这片草地可供21头牛吃几周？

**【答案】1.每天长草量：（20×10-24×6）÷（10-6）=14（份）**

**原有草量：24×6-14×6=60（份）**

**可吃天数：60÷（19-14）=12（天）**

**2.每天长草量：（20×10-15×10）÷（20-10）=5（份）**

**原有草量：（10-5）×20=100（份）**

**可吃天数：100÷（25-5）=5（天）**

**3.每天长草量：（23×9-27×6）÷（9-6）=15（份）**

**原有草量：（27-15）×6=72（份）**

**可吃时间：72÷（21-15）=12（周）**

**【例题2】**由于天气逐渐冷起来，牧场上的草不仅不长大，反而以固定速度在减少。已知某块草地上的草可供20头牛吃5天或可供15头牛吃6天。照此计算，可供多少头牛吃10天？

与例1不同的是，不仅没有新长出的草，而且原有的草还在减少，但是，我们同样可以利用与例1类似的方法求出每天减少的草和原来的草的总量。

设1头牛1天吃的草为1份，20头牛5天吃100份，15头牛6天吃90份，100-90=10（份），说明寒冷的天气使牧场1天减少青草10份，也就是寒冷导致的每天减少的草量相当于10头牛在吃草。由“草地上的草可供20头牛吃5天”，再加上寒冷导致的每天减少的草量相当于10头牛同时在吃草，所以原有草两有（20+10）×5=150（份），由150÷10=15知道，牧场原有的草可供15头牛吃10天。由寒冷导致的原因占去10头牛吃的草，所以可供5头牛吃10天。

**练习2：**

1、由于天气逐渐冷起来，牧场上的草每天以均匀的速度在减少。经计算，牧场上的草可供20头牛吃5天或可供16头牛吃6天。那么，可供11头牛吃几天？

2、由于天气逐渐冷起来，牧场上的草以固定速度在减少。已知牧场上的草可供33头牛吃5天或可供24头牛吃6天。照此计算，这个牧场可供多少头牛吃10天？

3、经测算，地球上的资源可供100亿人生活100年，或可供80亿人生活300年。假设地球新生成的资源增长速度是一样的，那么，为满足人类不断发展的需要，地球最多能养活多少亿人？

**【答案】1.每天减少量：（20×5-16×6）÷（6-5）=4（份）**

**原有草量：（20+4）×5=120（份）**

**可吃天数：120÷（11+4）=8（天）**

**2.每天减少量：（33×5-24×6）÷（6-5）=21（份）**

**原有草量：（33+21）×5=270（份）**

**牛的数量：270÷10-21=6（头）**

**3.（80×300-100×100）÷（300-100）=70（亿）**

**【例题3】**自动扶梯以均匀速度由下往上行驶着，两位性急的孩子要从扶梯上楼。已知男孩每分钟走20级台阶，女孩每分钟走15级台阶，结果男孩用5分钟到达楼上，女孩用了6分钟到达楼上。问：该扶梯共有多少级台阶？

与前两个题比较，“总的草量”变成了“扶梯的台阶总数”，“草”变成了“台阶”，“牛”变成了“速度”，也可以看成是牛吃草问题。

上楼的速度可以分为两部分：一部分是男、女孩自己的速度，另一部分是自动扶梯的速度。男孩5分钟走了20×5=100（级），女孩6分钟走了15×6=90（级），女孩比男孩少走了100—90=10（级），多用了6—5=1（分钟），说明电梯1分钟走10级。因男孩5分钟到达楼上，他上楼的速度是自己的速度与扶梯的速度之和。所以，扶梯共有（20+10）×5=150（级）

**练习3：**

1、自动扶梯以均匀速度行驶着，渺小明和小红从扶梯上楼。已知小明每分钟走25级台阶，小红每分钟走20级台阶，结果小明用5分钟，小红用了6分钟分别到达楼上。该扶梯共有多少级台阶？

2、两个顽皮的孩子逆着自动扶梯的方向行走。在20秒钟里，男孩可走27级台阶，女孩可走24级台阶，男孩走了2分钟到达另一端，女孩走了3分钟到达另一端，该扶梯共有多少级台阶？

3、两只蜗牛由于耐不住阳光的照射，从井顶逃向井底。白天往下爬，两只蜗牛白天爬行的速度是不同的。一只每天白天爬20分米，另一只爬15分米。黑夜里往下滑，两只蜗牛滑行的速度却是相同的。结果一只蜗牛恰好用了5个昼夜到达井底，另一只蜗牛恰好用了6个昼夜到达井底。那么，井深多少米？

**【答案】1.扶梯每分钟上行：（25×5-20×6）÷（6-5）=5（级）**

**扶梯共有台阶数：（25+5）×5=150（级）**

**2.扶梯每分钟上行：[24×（180÷20）-27×（120÷20）]÷（3-2）=54（级）**

**扶梯共有台阶数：27×（120÷20）-54×2=54（级）**

**3.每夜下滑：（20×5-15×6）÷（6-5）=10（分米）**

**井深：（20+10）×5=150（分米）=15（米）**

**【例题4】**一只船有一个漏洞，水以均匀的速度进入船内，发现漏洞时已经进了一些水。如果用12人舀水，3小时舀完。如果只有5个人舀水，要10小时才能舀完。现在要想2小时舀完，需要多少人？

已漏进的水，加上3小时漏进的水，每小时需要（12×3）人舀完，也就是36人用1小时才能舀完。已漏进的水，加上10小时漏进的水，每小时需要（5×10）人舀完，也就是50人用1小时才能舀完。通过比较，我们可以得出1小时内漏进的水及船中已漏进的水。

1小时漏进的水，2个人用1小时能舀完：

（5×10—12×3）÷（10—3）=2

已漏进的水：（12—2）×3=30

已漏进的水加上2小时漏进的水，需34人1小时完成：

30+2×2=34

用2小时来舀完这些水需要17人：34÷2=17（人）

**练习4：**

1、有一水池，池底有泉水不断涌出。用10部抽水机20小时可以把水抽干，用15部相同的抽水机10小时可以把水抽干。那么用25部这样的抽水机多少小时可以把水抽干？

2、有一个长方形的水箱，上面有一个注水孔，底面有一个出水孔，两孔同时打开后，如果每小时注水30立方分米，7小时可以注满水箱；如果每小时注水45立方分米，注满水箱可少用2.5小时。那么每小时由底面小孔排出多少立方分米的水（设每小时排水量相同）？

3、有一水井，连续不段涌出泉水，每分钟涌出的水量相等。如果用3台抽水机来抽水，36分钟可以抽完；如果使用5台抽水机，20分钟抽完。现在12分钟内要抽完井水，需要抽水机多少台？

**【答案】1.每小时涌出水：（10×20-15×10）÷（20-10）=5（份）**

**原有泉水：（10-5）×20=100（份）**

**抽干需要：100÷（25-5）=5（时）**

**2.[30×7-45×（7-2.5）]÷2.5=3（立方分米）**

**3.每小时涌出水（3×36-5×20）÷（36-20）=（份）**

**原有泉水：（3-）×36=90（份）**

**抽干需要抽水机：（90+×12）÷12=8（台）**

**【例题5】**有三块草地，面积分别为5，6，和8公顷。草地上的草一样厚，而且长得一样快。第一块草荐地可供11头牛吃10天，第二块草地可供12头牛吃14天。问第三块草地可供19头牛吃多少天？

前几天我们接触的是在同一块草地上，同一个水池中，现在是三块面积不同的草地。为了解决这个问题，只需将三块草地的面积统一起来。即

[5，6，8]=120

这样，第一块5公顷可供11头牛吃10天，120÷5=24，变为120公顷草地可供11×24=264（头）牛吃10天

第二块6公顷可供12头牛吃14天，120÷6=20，变为120公顷草地可供12×20=240（头）牛吃14天。

120÷8=15。问题变成：120公顷草地可供19×15=285（头）牛吃几天？

因为草地面积相同，可忽略具体公顷数，原题可变为：

一块草地匀速生长，可供264头牛吃10天或供240头牛吃14天，那么可供285头牛齿及天？即

每天新长出的草：（240×14—264×10）÷（14—10）=180（份）

草地原有草：（264—180）×10=840（份）

可供285头牛吃的时间：840÷（285—180）=8（天）

答：第三块草地可供19头牛吃8天。

**练习5：**

1、某车站在检票前若干分钟就开始排队，每分钟来的旅客人数一样多。从开始检票到等候检票的队伍消失，同时开4个检票口需30分钟，同时开5个检票口需20分钟。如果同时打开7个检票口，那么需多少分钟？

2、快、中、慢三车同时从A地出发，追赶一辆正在行驶的自行车，三车的速度分别是嵋小时24千米、20千米、19千米。快车追上自行车用了6小时，中车追上自行车用了10小时，慢车追上自行车用多少小时？

3、一个牧场上的青草每天都匀速生长。这片青草可供17头牛吃30天，或供19头牛吃24天。现有一群牛吃了6天后卖掉4头，余下的牛又吃了2天将草吃完。这群牛原来有多少头？

**【答案】1.每小时旅客增加：（4×30-5×20）÷（30-20）=2（份）**

**原有旅客：（4-2）×30=60（份）**

**需要时间：60÷（7-2）=12（分钟）**

**2.货车速度：（20×10-24×6）÷（10-6）=14（千米/时）**

**三车出发时货车距A地：（24-14）×6=60（千米）**

**慢车追上货车的时间：60÷（19-14）=12（时）**

**3.青草每天长出：（17×30-19×24）÷（30-24）=9（份）**

**原有青草：（17-9）×30=240（份）**

**假设4头牛不卖，一共吃掉青草：240+9×（6+2）+4×2=320（份）**

**这群牛原来有：320÷（6+2）=40（头）**

# 第40周不定方程

**一、知识要点**

当方程的个数比方程中未知数的个数少时，我们就称这样的方程为不定方程。如5x－3y＝9就是不定方程。这种方程的解是不确定的。如果不加限制的话，它的解有无数个；如果附加一些限制条件，那么它的解的个数就是有限的了。如5x－3y＝9的解有：

x＝2.4 x＝2.7 x＝3.06 x＝3.6

y＝1 y＝1.5 y＝2.1 y＝3

如果限定x、y的解是小于5的整数，那么解就只有x＝3，Y＝2这一组了。因此，研究不定方程主要就是分析讨论这些限制条件对解的影响。

解不定方程时一般要将原方程适当变形，把其中的一个未知数用另一个未知数来表示，然后再一定范围内试验求解。解题时要注意观察未知数的特点，尽量缩小未知数的取值范围，减少试验的次数。

对于有3个未知数的不定方程组，可用削去法把它转化为二元一次不定方程再求解。

解答应用题时，要根据题中的限制条件（有时是明显的，有时是隐蔽的）取适当的值。

**二、精讲精练**

**【例题1】**求3x+4y＝23的自然数解。

先将原方程变形，y＝。可列表试验求解：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Y | 5 | × | × | × | 2 | × | × |

所以方程3x+4y＝23的自然数解为

X=1 x=5

Y=5 y=2

**练习1**

1、求3x+2y＝25的自然数解。

2、求4x+5y＝37的自然数解。

3、求5x－3y＝16的最小自然数解。

**【例题2】**求下列方程组的正整数解。

5x+7y+3z＝25

3x－y－6z＝2

这是一个三元一次不定方程组。解答的实话，要先设法消去其中的一个未知数，将方程组简化成例1那样的不定方程。

5x+7y+3z＝25 ①

3x－y－6z＝2 ②

由①×2+②，得13x+13y＝52

X+y＝4 ③

把③式变形，得y＝4－x。

因为x、y、z都是正整数，所以x只能取1、2、3.

当x＝1时，y＝3

当x＝2时，y＝2

当x＝3时，y＝1

把上面的结果再分别代入①或②，得x＝1，y＝3时，z无正整数解。

x＝2，y＝2时，z也无正整数解。

x＝3时，y＝1时，z＝1.

所以，原方程组的正整数解为 x＝1

y＝1

z＝1

**练习2**

求下面方程组的自然数解。

1、4x+3y－2z＝7 2、 7x+9y+11z＝68

3x+2y+4z＝21 5x+7y+9z＝52

3、5x+7y+4z＝26

3x－y－6z＝2

**【例题3】**一个商人将弹子放进两种盒子里，每个大盒子装12个，每个小盒子装5个，恰好装完。如果弹子数为99，盒子数大于9，问两种盒子各有多少个？

两种盒子的个数都应该是自然数，所以要根据题意列出不定方程，再求出它的自然数解。

设大盒子有x个，小盒子有y个，则

12x+5y＝99（x＞0，y＞0，x+y＞9）

y＝（99－12y）÷5

经检验，符合条件的解有： x＝2 x＝7

y＝15 y＝3

所以，大盒子有2个，小盒子有15个，或大盒子有7个，小盒子有3个。

**练习3.**

1、某校6（1）班学生48人到公园划船。如果每只小船可坐3人，每只大船可坐5人。那么需要小船和大船各几只？（大、小船都有）

2、甲级铅笔7角钱一枝，乙级铅笔3角钱一枝，小华用六元钱恰好可以买两种不同的铅笔共几枝？

3、小华和小强各用6角4分买了若干枝铅笔，他们买来的铅笔中都是5分一枝和7分一枝的两种，而且小华买来的铅笔比小强多，小华比小强多买来多少枝？

**【例题4】**买三种水果30千克，共用去80元。其中苹果每千克4元，橘子每千克3元，梨每千克2元。问三种水果各买了多少千克？

设苹果买了x千克，橘子买了y千克，梨买了（30－x－y）千克。根据题意得：

4x+3y+2×（30－x－y）＝82

x＝10－

由式子可知：y<20，则y必须是2的倍数，所以y可取2、4、6、8、10、12、14、16、18。因此，原方程的解如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 苹果 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
| 橘子 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 梨 | 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 |

**练习4**

1、有红、黄、蓝三种颜色的皮球共26只，其中蓝皮球的只数是黄皮球的9倍，蓝皮球有多少只？

2、用10元钱买25枝笔。已知毛笔每枝2角，彩色笔每枝4角，钢笔每枝9角。问每种笔各买几枝？（每种都要买）

3、晓敏在文具店买了三种贴纸；普通贴纸每张8分，荧光纸每张1角，高级纸每张2角。她一共用了一元两角两分钱。那么，晓敏的三种贴纸的总数最少是多少张？

**【例题5】**某次数学竞赛准备例2枝铅笔作为奖品发给获得一、二、三等奖的学生。原计划一等奖每人发6枝，二等奖每人发3枝，三等奖每人发2枝。后又改为一等奖每人发9枝，二等奖每人发4枝，三等奖每人发1枝。问：一、二、三等奖的学生各有几人？

设一等奖有x人，二等奖有y人，三等奖有z人。则

6x+3y+2z＝22 ①

9x+4y+z＝22 ②

由②×2－①，得12x+5y＝22

y ＝x＝1

x只能取1。Y＝2，代入①得z＝5，原方程的解为 y＝2

z＝5

所以，一等奖的学生有1人，二等奖的学生有2人，三等奖的学生有5人。

**练习5**

1、某人打靶，8发打了53环，全部命中在10环、7环和5环。他命中10环、7环和5环各几发？

2、篮子里有煮蛋、茶叶蛋和皮蛋30个，价值24元。已知煮蛋每个0.60元，茶叶蛋每个1元，皮蛋每个1.20元。问篮子里最多有几个皮蛋？

3、一头猪卖3个银币，一头山羊卖1个银币，一头绵羊买个银币。有人用100个银币卖了这三种牲畜100头。问猪、山羊、绵羊各几头？

**答案：**

练1

1、 x＝1 x＝3 x＝5 x＝7

y＝11 y＝8 y＝5 y＝2

2、 x＝3 x＝8

y＝11 y＝1

3、 x＝5

y＝3

练2

1. x＝1

y＝3

z＝3

2、 x＝3 x＝4

y＝4 y＝2

z＝1 z＝2

3、 x＝3

y＝1

z＝1

练3

1、设需要小船x只，大船y只。则3x+5y＝48，y＝根据题意，x可取1、6、11，

方程的解是 x＝1 x＝6 x＝11

y＝9 y＝6 y＝3

练4

1、因为三种皮球总共26只,每种皮球最多只能有24只,否则其他颜色都不存在了，如果黄皮球1只,那么蓝皮球9只;如果黄皮球2只,那么蓝皮球18只，不可能黄皮球3只,因为那样蓝皮球就27只了.

2、设全部都是4角一枝的,则总钱数是14d2bfc809b90e6元  
每只两角的少的钱数刚好是9角的多的钱数  
毛笔和钢笔的枝数比是14d92ef50e63197  
所以购买枝数分别是:  
毛笔5枝,彩色笔18枝,钢笔2枝  
毛笔10枝,彩色笔11枝,钢笔4枝  
毛笔15枝,彩色笔4枝,钢笔6枝

3、以分做为单位,  
普通贴纸每张8分,荧光贴纸每张10分,高级贴纸每张20分.一共用了122分钱.  
14e95994c798359  
a ,b ,14d64ef31d83877  
求 a + b + c 的最小值  
希望总数最小,所以买越多贵的,能买到的数量越少,即总数越少.  
换句话说,便宜的尽量少买.  
普通贴纸最便宜,尽量少买它.能不能不买普通贴纸,不行,因为其他两种贴纸每张价格(以分为单位)都是10的倍数,而总共花了122分钱,不是10的倍数.  
那普通贴纸至少买多少张?14e95994c9f4a6d末位数与总共花的钱122一样,都为2 ,所以最少 4 张普通贴纸.  
剩余14e95994ccf5f31分钱怎么花,尽量买贵的,高级贴纸每张20分最多还可以买 4 张 .  
最后剩下10分钱,买一张荧光贴纸.  
14e95994c57ce4d分钱花掉,至少能买9张贴纸,分别为 4张普通贴纸 ,1张荧光贴纸 ,4张高级贴纸 .

练5

1、解：

由打了53环，可知末尾的3环是由7环和5环的倍数构成的，

根据分析可知如果4发7环，3发5环，这时环数为：4×7+3×5=43(环)

剩下的1发为10环，恰好与题意相符.

答：他命中10环1发、7环4发、5环3发.

故答案为：

10环1发；7环4发；5环3发.

2、解：设篮子里有煮蛋x个，茶蛋y个，皮蛋z个，那么煮蛋一共是0.6x元，茶蛋一共有y元，皮蛋1.2z元，列方程得：  
x＋y＋z=30  
0.6x+y+1.2z=24

由上可知：  
z=2x-30  
y=60-3x  
由于篮子里有三种蛋，所以三个未知数都大于零.  
所以15＜x＜20，所以符合题意的是当x=19时，z=8.  
当三种蛋都存在时，最多有8个皮蛋.

答：篮子里最多有8个皮蛋.

故答案为：

8个

解析

依题意本题可采用列方程的方法进行解答：设篮子里有煮蛋x个，茶蛋y个，皮蛋z个，那么煮蛋一共是0.6x元，茶蛋一共有y元，皮蛋1.2z元根据题中三种蛋一共有30个，和总价钱24元列方程.

3、设猪x头,山羊y头,绵羊z头  
则14e3d465d6f36f4即14e3d465d4eeda7  
14d470b7f3012f4  
得14e3d465da4f5b1  
即14e3d465e2802da  
14cf98b8549756e,y,z都为正整数  
所以当14cf98b60a65afb则14e3d465de3ff48  
当14cf98bb5bd6f8c则14e3d465cf36606  
当14cf98cf0fde10e则14e3d465cba4e92  
即有三种情况：  
1、猪5头,山羊42头,绵羊53头  
2、猪10头,山羊24头,绵羊66头  
3、猪15头,山羊6头,绵羊79头