**抽屉原理的综合运用**



最不利原则：

所谓“最不利原则”是指完成某一项工作先从最不利的情况下考虑，然后研究任意情况下可能的结果。由此得到充分可靠的结论。

抽屉原理，又称鸽巢原理：

抽屉原理有时也被称为鸽笼原理，它由德国数学家狄利克雷首先明确提出来并用来证明一些数论中的问题，因此，也被称为狄利克雷原则。抽屉原理是组合数学中一个重要而又基本的数学原理，利用它可以解决许多有趣的问题，并且常常能够起到令人惊奇的作用。许多看起来相当复杂，甚至无从下手的问题，在利用抽屉原理后，能很快使问题得到解决。

第一抽屉原理：

一、将多于*n*件的物品任意放到*n*个抽屉中，那么至少有一个抽屉中的物品不少于2件；

二、将多于*mn*件的物品任意放到*n*个抽屉中，那么至少有一个抽屉中的物品不少于*m*＋1件。

第二抽屉原理：

一、将少于*n*件的物品任意放到*n*个抽屉中，其中必有一个抽屉中没有物体。

二、把*mn*－1个物体放入*n*个抽屉，其中必有一个抽屉中至多有*m*－1个物体。

平均值原理：

如果*n*个数的平均值为*a*，那么其中至少有一个数不大于*a*，也至少有一个不小于*a*。

运用抽屉原理求解的较为复杂的组合计算与证明问题。这里不仅“抽屉”与“苹果”需要恰当地设计与选取，而且有时还应构造出达到最佳状态的例子。

抽屉原理的解题方案

一、利用公式进行解题

苹果÷抽屉＝商……余数

余数：⑴余数＝1

结论：至少有(商＋1)个苹果在同一个抽屉里

⑵余数＝*x*(1＜*x*＜(*n*－1))

结论：至少有(商＋1)个苹果在同一个抽屉里

⑶余数＝0

结论：至少有“商”个苹果在同一个抽屉里

二、利用最值原理解题

将题目中没有阐明的量进行极限讨论，将复杂的题目变得非常简单，也就是常说的极限思想“任我意”方法、特殊值方法。

**例1**

妈妈给小明买了4个苹果，要求小明每天都要吃苹果，已知小明至少有一天吃了不止一个苹果，问小明最多能吃多少天？

**拓展**

有个小朋友特别勤奋，在暑假里每天都会做奥数题，已知他一共做了47道，妈妈说假期中他过生日那天不止做了一道数学题。问他这个假期最多有多少天？

**例2**

(第九届“中环杯”小学生思维能力训练活动五年级初赛动手动脑题第3题)

能否在8行8列的方格表的每个空格中分别填入1，2，3这三个数中的任何一个，使得每行、每列及对角线上的各个数的和互不相同？为什么？

**拓展**

用数字1，2，3，4，5，6填满一个6×6的方格表，如图所示，每个小方格只填其中一个数字，将每一个2×2的正方格内的四个数之和称为这个2×2正方格的“标示数”。问：能否给出一种填法，使得任意两个“标示数”均不相同？如果能，请举出一例；如果不能，请说明理由

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**例3**

新年晚会上，老师让每位同学从一个装有许多玻璃球的口袋中摸出两个球，这些球给人的手感相同，只有红、黄、白、蓝、绿五种颜色之分(摸球时看不见颜色)，结果发现总有3个人取出的球相同，由此可知，参加取球的至少有几个人？

**例4**

请证明：在1，4，7，10，100中任选20个数，其中至少有不同的两组数，其和等于104。

**拓展**

从1～200这200个数中任意选取101个数，证明：必有一个数是另一个数的倍数。

**例5**

学校有55个同学参加数学竞赛，已知将参赛同学任意分成四组，则必有一组的女生多于2人，又知参赛者中任何10人中必定有男生，求参赛的男生人数是多少？

**例6**

在边长为3米的正方形中，任意放28个点，求证：必定有四个点，以它们为顶点的四边形的面积不超过1平方米。

**拓展**

在边长为4米的正方形中，任意放9个每三点都不共线的点，求证：必定有三个点，以它们为顶点的三角形的面积不超过2平方米。

测试题

1．(希望杯真题)一个口袋里分别有红、黄、黑球4、7、8个，为使取出的球中有6个同色，则至少要取小球多少个？

2．如果要求某次聚会上不得有6个或6个以上的人属相相同，那么参加聚会的人数最多是多少？

3．证明：在任意的四个自然数中，其中必有两个数，它们的差能被3整除。

4．有一个布袋里面有5种不同颜色的球，每种球都有20，问：一次至少要取出多少个小球，才能保证其中至少有3个小球的颜色相同？

5．从1，2，3，…，1988，1989这些自然数中，最多可以取出多少个数，使得其中每两个数的差不等于4？

6．证明：任给12个不同的两位数，其中一定存在着这样的两个数，它们的差是个位与十位数字相同的两位数。

答案

1．答案：至少取出4＋2×5＋1＝15个

2．答案：最多有5×12＝60个。

3．答案：若两个数被3除余数相同，那么它们的差能被3整除，每一个自然数被3除的余数的可能有3种，现有4个自然数，根据抽屉原理，必有2个数被3除的余数相同，那么它们的差能被3整除。

4．答案：至少要取出2×5＋1＝11个小球。

5．答案：将这1989个数如下分组，( 1，2，3，4，5，6，7，8)，(9，10，11，12，13，14，15，16)……(1985，1986，1987，1988，1989)，每组中最多取出前4个数，那么至多取249×4＝996个数。

6．答案：各位与十位数字相同的两位数是11的倍数，问题转化为，任取12个不同的两位数，必有两数倍11除余数相同。