**立体图形的体积**

**知识要点梳理**

1. **体积和容积**
2. **体积：**物体所占空间的大小叫做物体的体积。
3. **容积**：容器所能容纳物体的体积叫做容积。容积单位一般用体积单位。当容器所容纳的物体是液体时，常用升、毫升作单位。（注：容积的计算方法跟体积的计算方法相同，但要从容器的里面量。）
4. **立体图形的体积计算公式**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 名称 | 图形 | 字母意义 | 体积计算公式 |
| 长方体 |  | ：长  b:宽h：高 |  |
| 正方体 |  | ：棱长 ：底面积V;体积 |  |
| 圆柱 |  | r：底面半径 h：高C：底面周长 |  |
| 圆锥 |  | r：底面半径 h：高 |  |

**考点精讲分析**

**典例精讲**

**考点1方体和正方体的体积**

**【例1**】　在一个长、宽、高分别是30厘米、25厘米、60厘米的长方体的箱子里，最多能装进棱长为1分米的立方体（　　）个。

 A．45　　　B．30　　　C．36　　　D．72

【**精析**】　把这个长方体箱子的长、宽、高分别换算成分米是3分米、2.5分米、6分米，这个箱子一层长可以装进3个，宽只能装进2个棱长1分米的立方体，高可以装进6个，因此只能装进（3×2×6）＝36个。

【**答案**】　C

【**归纳总结**】　注意，此题容易出现的错误是不考虑实际，用这个箱子的容积除以每个立方体的体积。

**考点2圆柱的体积**

**【例2**】　下图是一根空心钢管，求它所用钢材的体积。



【**精析**】　此题考查空心圆柱体积的求法。根据空心圆柱的体积＝大圆柱的体积－小圆柱的体积计算即可。

**【答案】**　3.14×［（1.22）2－（0.62）2］×2.5＝2.1195（立方米）

 答：它所用钢材的体积是2．1195立方米。

【**例3**】　有一种饮料瓶的瓶身呈圆柱形（不包括瓶颈），容积是20升。瓶中装有一些饮料，正放时饮料高度为20cm，倒放时空余部分高度为5cm，问瓶中现有饮料（　　　）升。

**【精析**】　正放和倒放时，瓶中液体的体积不变，即空余部分体积相等。

**【答案**】　20×［20÷（20＋5）］＝16（升）答：瓶中现有饮料16升。

【**归纳总结**】　无论是正放还是倒放瓶子的饮料和瓶子的体积不变，所以它们的空余部分总是不变的。

**考点2 圆锥的体积**

【例4】　一个圆锥形沙堆，底面积是8平方米，高是1．5米。用这堆沙在5米宽的路上铺2厘米厚，能铺多少米？

**【精析】**沙子都铺在路面上后的形状，是一个宽5米、厚2厘米的近似长方体。

**【答案】**13×8×1.5÷（2÷100）÷5＝40（米）

 答：能铺40米。

【**归纳总结**】　这个长方体的体积和圆锥形沙堆的体积相等。

**名题精析**

**【例】（西安某工大附中入学**）某茶厂要将长、宽、高分别为20cm、20cm、10cm的茶叶盒装入棱长为50cm的正方体纸箱中，如图所示。再用一辆厢式小货车将装有茶叶盒的正方体纸箱运往外地销售。已知货车车厢内壁长、宽、高分别为5．7m、2m、2m，请问这辆货车最多能运多少个茶叶盒？

**【精析**】　先考虑沿“高”放，50÷10＝5；再考虑沿“长”放，纸箱棱长50cm，放2个20cm后还剩10cm，以茶叶盒“10cm、20cm”的侧面为底，还可以放1个，侧放共4个；最后考虑沿“宽”放的情况，同样放两个20cm后还剩10cm，以“10cm、20cm”为底，还可以放1个，侧放共4个，所以每个纸箱一共可放5×2×2＋4＋4＝28（个），因为货车车厢内壁长5．5米，即550厘米，所以横着放550÷50＝11（箱），车厢宽2米，即200厘米，所以能放200÷50＝4（箱），因此总共放4×4×11＝176（箱）；总共放176×28＝4928（盒）。

【**答案**】　竖着可以放50÷10＝5（层）每个纸箱装5×2×2＋4＋4＝28（个）5．5米＝550厘米，2米＝200厘米550÷50＝11（箱）200÷50＝4（箱）4×4×11＝176（箱）共装茶叶盒176×28＝4928（个）答：这辆货车最多能运4928个茶叶盒。

**【归纳总结**】　此题较复杂，关键在于求出每箱装入几盒，以及装入车厢每层的箱数和层数

**毕业升学训练**

1. **填空题**

**1.**一个长方体木盒长5厘米，宽3厘米，高4厘米，它的体积是（　）立方厘米，容积是（　）立方厘米（忽略木板厚度）。

**2.**一个正方体的棱长总和是84分米，则它的体积是（ ）立方分米，将它铸成一个底面积是49平方分米的圆锥，这个圆锥的高是（　）分米。

**3.**表面积是54平方厘米的正方体，它的体积是（ ）立方厘米。

**4.**一个圆锥的底面周长是18．84分米，高是4分米，它的体积是（ ）立方分米。

**5.**一个等腰直角三角形的直角边长为9厘米，以它的一条直角边为轴旋转一周，得到的立体图形的体积是（ ）立方厘米。

**6.**一个圆柱的底面周长是18.84厘米，高8厘米。把它削成一个最大的圆锥体，圆锥的体积是（ ）立方厘米。

**7**.将一根长4米的圆柱体木料锯成2段，表面积增加60平方分米。这根木料的体积是（　 ）立方分米。

**8.**等底等高的圆柱和圆锥的体积之和是180立方米，则圆柱的体积是（ ）立方米，圆锥的体积是（　 ）立方米。

**9**.用一张边长是18．84厘米的正方形铁皮，围成一个圆柱体，这个圆柱的体积是（ ）立方厘米。

**10**.一个圆锥的体积是62．4立方厘米，它的体积是另一个圆锥的4倍，如果另一个圆锥的高是2.5厘米，另一个圆锥的底面积是（ ）平方厘米。

**11.**一个圆柱体，把它的高截短3厘米，它的表面积就减少94．2平方厘米，它的体积会减少（ ）立方厘米。

**12**.自来水管的内直径是2厘米，水管内水的流速是每秒8厘米。一位同学去水池洗手，走时忘记关掉水龙头，4分钟浪费（ ）升水。

**13**.一个圆柱和一个圆锥，圆柱与圆锥底面直径的比是2∶3，体积的比是3∶2，圆柱与圆锥高的比是（　）。

1**4.**如图，酒瓶中装有一些酒，倒进一只酒杯中，酒杯口的直径是酒瓶的一半，共能倒满（　）杯。

1. **选择题**

**1.**一个圆锥的体积是12立方厘米，底面积是4平方厘米，高是（　）厘米。

A．3　　　　B．6　　　　C．9　　　D．12

**2**.正方体的棱长扩大2倍，则体积扩大（　）倍。

A．2 B．4 C．6 D.8

**3.**表面积相等的长方体和正方体的体积相比，（　）。

1. 正方体体积大B．长方体体积大C．相等

**4.**一个圆柱和一个圆锥的底面直径相等，圆锥的高是圆柱的3倍，圆锥的体积是15立方分米，圆柱的体积是（　）立方分米。

A．45　　B．15　　　C．5

**5.**将一个圆柱体的底面半径扩大3倍，高也扩大2倍，那么体积（　）。

1. 扩大2倍　　B．扩大6倍　　　C．扩大18倍
2. **计算下图的体积**（单位：分米）

 1.



2.

1. **解决问题**

**1.**一口周长是6.28米的圆柱形水井，它的深是10米，平时蓄水深度是井深的0.8倍，这口井平时的水量是多少立方米？

**2.**一个圆锥形稻谷堆，底面直径是6米，高是1米。这个谷堆的体积约是多少立方米？如果每立方米稻谷重650千克，这堆稻谷有多少千克？

**3.**有一个长3分米，宽2分米，高6分米的长方体玻璃缸，里面的水深2分米，放入10条金鱼后，水面的高度是2.3分米，平均每条金鱼的体积是多少立方分米？

**4.**把一根长4米的圆柱形的钢材截成相等的两段以后，表面积增加了0.28平方分米，如果每立方分米钢材重7.8千克，这根钢材重多少千克？

**5.**把一个高是6分米的圆柱，沿着底面直径竖直切开，平均分成两半，表面积增加48平方分米。原来这个圆柱的体积是多少立方分米？

**6.**如图是一个底面直径为6分米的圆柱木块被削去一半后的形状，请你计算出它的体积。

**7.**如图，将10毫升酒装入一个圆锥形容器中，酒深正好占容器深的二分之一，请问再添入多少毫升酒可装满此容器？

**8.**把棱长为r的正方体木料削成一个最大的圆锥，圆锥的体积占正方体体积的几分之几？

**9.**如图，在一个棱长为20厘米的正方体密闭容器的下底固定了一个实心圆柱体，容器内盛有m升水时，水面恰好经过圆柱体的上底面。如果将容器倒置，圆柱体有8厘米露出水面。已知圆柱体的底面积是正方体底面积的18，求实心圆柱体的体积。



**冲刺名校提升**

1. **填空题**

**1.（江西某师大附中入学）**把一段圆柱形的木料削成一个最大的圆锥，削去部分的体积与这个圆锥的体积的比是（　 ）。

**2.（成都某外国语学校入学）**一个长方体的棱长之和是96厘米，长、宽、高比是5∶4∶3，它的体积是（ ）立方厘米。

**3.（西安某工大附中入学**）从不同方向看一个几何体所得到的图形如图所示，请根据图中数据（单位：cm），计算这个几何体的体积为（ ）。（π取3.14）



**4.（陕西某师大附中入学）**气象部门把降雨的多少叫降雨量，降雨量的单位通常用毫米表示。1毫米的降雨量是指单位面积上所降雨水的深度为1毫米。今年4月份，西安市比往年降雨量偏多，据初步统计，降雨量约为50毫米，学校花园里有如图所示的玻璃容器（容器为上下相通的两个圆柱组成），在不考虑蒸发等因素影响的情况下，容器内的雨水高度是（ ）毫米。

**5.（西安某工大附中分班）**如图，在一个高度为40厘米的无盖长方体容器中装满水，平放在桌面上，如果把它如右图那样斜放，则水会溢出516，这时BC的长度是（　）厘米。

**6.（成都某七中入学）**如右图，一块长方形铁片利用图中阴影部分刚好能做一个圆柱形油桶，（接头处忽略不计），这个桶的容积是（ ）立方分米。（π≈3.14）



**7.（西安某铁一中分班）**生活中我们可以在卫生纸卷的外包装上看到如下信息（如左下图）：3层／138mm×104mm／节（单卷卫生纸两虚线间为一节），爱动脑的小华想知道每3层卫生纸的厚度，它测量出整卷卫生纸的半径R与纸芯筒的半径r分别为60毫米和20毫米（如右下图）。已知整卷纸共200节，小华利用计算面积的不同方法，巧妙地算出每3层卫生纸的厚度约为（ ）毫米。（忽略其他因素，圆周率取3.14，结果保留两位小数）

**8.(西安某交大附中入学）**中国古代有许多发明令人赞叹，如日晷、沙漏等计时工具，小斌参加课外兴趣小组，制作了如图所示的简易滴水计时器，经过测量，上方漏斗形容器每分钟滴水80滴（20滴水约为1毫升），下方为圆柱形透明容器，小斌于10：00测得下方容器中水的高度为2厘米，经过一段时间后测得下方容器中的水面高度为6厘米，问此时的时间为（ ）。（π取近似值3）

**9.（西安高新某中入学**）一个长方体，如果高增加2厘米就成了正方体，而且表面积要增加56平方厘米，原来这个长方体的体积是（ ）立方厘米。

1. **解决问题**

**1.（南昌某中入学）**有关牙膏的数学问题：

 （1）小红去买牙膏。同一品牌两种规格牙膏的售价情况如下：120克装每支6元，160克装每支9元。他买哪种规格的牙膏比较合算呢？请帮忙算一算。

 （2）牙膏出口处直径为5毫米，小红每次刷牙都挤出1厘米长的牙膏。这样，一支牙膏可用36次。该品牌牙膏推出新的包装，只是将出口处直径改为6毫米，小红还是按习惯每次挤出1厘米的牙膏。这样这一支牙膏只能用多少次？计算之后你有什么想法？

**2.（陕西某师大附中入学）**一段圆柱体木料，如果截成两个小圆柱体（如图甲），它的表面积将增加6.28平方厘米；如果沿直径所在的平面截成两个相同的部分（如图乙），它的表面积将增加80平方厘米，求原圆柱体的体积。（π取3.14）



**立体图形的体积**

**毕业升学训练**

一、

1. 60 60 2. 343 21 3. 27 4. 37.68 5. 763.02

6. 75.36 7. 1200 8. 135 45 9. 532.4184

10. 18.72 11. 235.5 12. 6.0288 13. 9:8 14. 30

二、

1. C 2. D 3. A 4. B 5. C

三、

【解析】

1. 3.14×（8÷2）2×15+3.14×（8÷2）2×9÷3=904.32（立方分米）

2. 10×2×2+4×10×2=120（立方分米）

四、

1. 【解析】3.14×（6.28÷3.14÷2）2×10×0.8=25.12（立方米）

答：这口井平时的水量是25.12立方米。

2. 【解析】3.14×（6÷2）2×1÷3=9,42（立方米）

9.42×650=6123（千克）

答：谷堆则体积约是9.42立方米，这堆稻谷有6123千克。

3.【解析】3×2×（2.30-2）÷10=0.18（立方分米）

答：平均每条金鱼的体积是0.18立方分米。

4.【解析】0.28÷2×4×10×7.8=43.68（千克）

答：这根钢材重43.68千克。

5.【解析】3.14×（48÷2÷6÷2）2×6=75.36（立方分米）

答：原来这个圆柱的体积是75.36立方分米。

6.【解析】3.14×（6÷2）2×（8+10）÷2=254.34（立方分米）

答：他的体积是254.34立方分米。

7. 【解析】10÷[（）2×]-10=70（毫升）

答：再添入70毫升酒可装满此容器。

8.【解析】正方体的体积：r×r×r=r3（立方厘米）

削成最大圆锥的体积：π×（r/2）2×r=πr3/12（立方厘米）

所以圆锥的体积占正方体的πr3/12÷r3=π/12

答：圆锥的体积占正方体体积的π/12。

9.【解析】8×（1-）=7（厘米）

20×20××（20-7）=650（立方厘米）

答：实心圆柱体的体积650立方厘米。

**冲刺名校提升**

一、

1. 2:1 2. 480 3. 282.6 4. 125 5. 25

6. 339.12 7. 0.36 8. 15:00 9. 245

二、

1.【解析】（1）120÷6=20（千克/元），160÷9=17 （千克/元）

20＞17 ，所以买120克装的划算。

（2）3.14×（5÷2）2×1×10×36÷[3.14×（6÷2）2×1×10]=25（次）

答：这一支牙膏只能用25次。

2. 【解析】6.28÷2÷3.14=1（厘米）

80÷2÷（1×2）=20（厘米）

3.14×12×20=62.8（立方厘米）

答：原圆柱体的体积是62.8立方厘米。