**绝密★启用前**

**2004**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷**（理工农医类）**

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

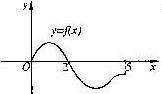
一、填空题(本大题满分48分,每小题4分)

1．若tg=,则tg(+)= .

2．设抛物线的顶点坐标为(2,0),准线方程为x=－1,则它的焦点坐标为 .

3．设集合A={5,log2(*a*+3)},集合B={*a*,b}.若A∩B={2},则A∪B学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！= .

4学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．设等比数列{*a*n}(n∈N)的公比q=－,且(*a*1+*a*3+*a*5+…+*a*2n-1)=,则*a*1= .

5．设奇函数*f(x)*的定义域为[－5,5].若当x∈[0,5]时,

*f(x)学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*的图象如右图,则不等式*f(x)*<0的

解是 .

6．已知点A(1, －2),若向量与={2,3}同向,

 =2,则点B的坐标为 .

7．在极坐标系中,点M(4,)到直线*l*: (2cos+sin)=4的距离d= .

8．圆心在直线2*x*－y－7=0上的圆C与y轴交于两点A(0, －4),B(0, －2),学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！则圆C的方程

为 .

9．若在二项式(x+1)10的展开式中任取一项,则该项的系数为奇数的概率是 . (结果用分数表示)

10．若函数*f(x)*=*a*在[0,+∞]上为增函数,则实数*a*、b的取值范围是 .

11．教材中“坐标平面上的直线”与“圆锥曲线”两章内容体现出解析几何的本质是

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ .

12．若干个能唯一确定一个数列的量称为该数列的“基本量”.设{*a*n}是公比为q的无穷等比数列,下列{*a*n}的四组量中,一定能成为该数列“基本量”的是第 组.(写出所有符合要求的组号)

①S1与S2; ②*a*2与S3; ③*a*1与*a*n;学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ ④q与*a*n.

其中n为大于1的整数, Sn为{*a*n}的前n项和.

二、选择题(本大题满分16分,每小题4分)

13．在下列关于直线*l*、m与平面α、β的命题中,真命题是 （ ）

A．若*l*β且⊥β,则l⊥α. B．若*l*⊥*β*且∥*β*,则*l*⊥*α.*

C．若*l*⊥β且⊥*β*,则l∥α. D．若*α*∩*β*=m且*l*∥m,则l∥.

14．已知是周期为2的函数，当的解集为 （ ）

A．{*x*│*x*=2k*π*+,k∈Z}. B．{*x*|学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*x*=2kπ+,k∈Z}.

C．{*x*│*x*=2k*π*±,k∈Z}. D．{*x|x*=2k*π*+(－1)K,k∈Z}.

15．若函数y=*f(x)*的图象可由函数y=lg(*x*+1)的图象绕坐标原点O逆时针旋转得到,则*f(x)*= （ ）

A．10－*x*－1. B．10*x*－1. C．1－10－*x*. D．1－10*x*.

16．某地2004年第一季度应聘和招聘人数排行榜前5个行业的情况列表如下

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 行业名称 | 计算机 | 机械 | 营销 | 物流 | 贸易 |
| 应聘人数 | 215830 | 200250 | 154676 | 74570 | 65280 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 行业名称 | 计算机[来 | 营销 | 机械 | 建筑 | 化工 |
| 招聘人数[来 | 124620 | 102935 | 8学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！9115 | 76516 | 70436 |

若用同一行学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！业中应聘人数与招聘人数比值的大小来衡量该行业的就业情况,则根据表中数据,就业形势一定是 （ ）

A．计算机行业好于化工行业. B．建筑行业好于物流行业.

C．机械行业最紧张. D．营销行业比贸易行业紧张.

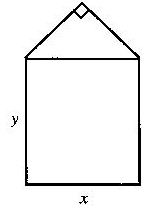
三、解答题(本大题满分86分)

17．(本题满分12分)

已知复数z1满足(1+*i*)z­1=－1+5*i*, z­2=*a*－2－*i*, 其中*i*为虚数单位,*a∈*R, 若<,求*a*的取值范围.

18．(本题满分12分)

某单位用木料制作如图所示的框架, 框架的下部是边长分别为*x*、y(单位：m)的矩形.上部是等腰直角三角形. 要求框架围成的总面积8m2. 问*x*、y分别为多少(精确到0.001m) 时用料最省?



19．(本题满分14分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分.

记函数f(x)=的定义域为A, g(*x*)=lg[(*x*－*a*－1)(2*a*－*x*)](*a*<学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！1) 的定义域为B.

(1) 求A；

(2) 若BA, 求实数*a*的取值范围.

20．(本题满分14分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分

已知二次函数y=f1(x)的图象以原点为顶点且过点(1,1),反比例函数y=*f2(x*)的图象与直线y=*x*的两个交点间距离为8,*f(x)*= *f1(x)+ f2(x*).

(1) 求函数*f(x)*的表达式；

(2) 证明:当*a*>3时,关于*x*的方程*f(x)*= *f(a)* 有三个实数解.

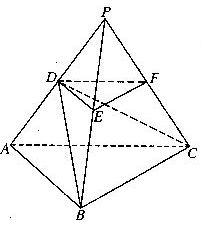
21．(本题满分16分) 第1小题满分4分, 第学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！2小题满分6分, 第3学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！小题满分6分

如图，P—学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ABC是底面边长为1的正三棱锥,D、E、F分别为棱长PA、PB、PC上的点, 截面DEF∥底面ABC, 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！且棱台DEF—ABC与棱锥P—ABC的棱长和相等.(棱长和是指多面体中所有棱的长度之和)

(1)证明：P—ABC为正四面体；

(2)若PD=PA, 求二面角D—BC—A的大小；学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！(结果用反三角函数值表示)

(3)设棱台DEF—ABC的体积为V, 是否存在体积为V且各棱长学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！均相等的直平行六面体,使得它与棱台DEF—ABC有相同的棱长和? 若存在,请具体构造出这样的一个直平行六面体,并给出证明；若不存在,请说明理由.



22．(本题满分18分) 第1小题满分6分, 第2小题满分8分, 第3小题满分4分.

设P1(*x*1,y1), P1(*x*2,y2),…, Pn(*x*n,yn)(n≥3,n∈N) 是二次曲线C上的点, 且*a*1=2, *a*2=2, …, *a*n=2构成了一个公差为d(d≠0) 的等差数列, 其中O是坐标学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！原点. 记Sn=*a*1+*a*2+…+*a*n.

(1)若C的方程学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为=1,n=3. 点P1(10,0) 及S3=255, 求点P3的学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！坐标； (只需写出一个)

(2)若C的方程为(*a*>b>0). 点P1(*a*,0), 对于给定的自然数n, 当公差d变化时, 求Sn的最小值；

(3)请选定一条除椭圆外的二次曲线C及C上的一点P1,对于给定的自然数n,写出符合条件的点P1, P2,…，Pn存在的充要条件,并说明理由.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号意义 | 本试卷所用符号 | 等同于《实验教材》符号 |
| 向量坐标 | ={x,y} | =(x,y) |
| 正切 | tg | tan |

2004年学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！普通高等学学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！校招生全国统一考试

数学参考答案（理工类）（上海卷）

**一、填空题(本大题满分48分,每小题4分学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！)**

1．3 2．(5,0) 3．{1,2,5} 4．2 5．(－2,0)∪(2,5] 6．(5,4)

7． 8．(*x*－2)2+(y+3)2=5 9． 10．*a*>0且b≤0

11．用代数的方法研究图形的几何性质 12．①、④

**二、选择题(本大题满分16分,每小题4分)**

13．B 14．C 15．A 16．B

**三、解答题(本大题满分86分)**

17．【解】由题意得 z1==2+3*i*,

于是==,=.

由<,得*a*2－8*a*+7<0,1<*a*<7.

18．【解】由题意得 *x*y+*x*2=8,∴y==(0<*x*<4).

于是, 框架用料长度为 *l*=2*x*+2y+2()=(+)*x*+≥=4.

当(+)x=,即x=8－4时等号成立.

此时, *x*≈2.343,y=2≈2.828.

故当*x*为2.343m,y为2.828m时, 用料最省.

19．【解】(1)2－≥0, 得≥0, *x*<－1或*x*≥1

即A=(－∞,－1)∪[1,+ ∞]

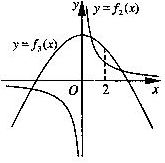
(2) 由(*x*－*a*－1)(2*a*－*x*)>0, 得(*x*－*a*－1)(*x*－2*a)*<0.

∵*a*<1,∴*a*+1>2*a*, ∴B=(2*a*,*a*+学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！1).

∵BA, ∴2*a*≥1或*a*+1≤－1, 即*a*≥或*a*≤－2, 而*a*<1,

∴≤*a*<1或*a*≤－2, 故当BA时, 实数*a*的取值范围学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！是(－∞,－2]∪[,1)

20．【解】(1)由已知,设*f1(x)=ax*2,由*f1*(1)=1,得*a*=1, ∴*f1(x)= x*2.

 设*f2(x)*=(k>0),它的图象与直线y=*x*的交点分别为

A(,)B(－,－)

由=8,得k=8,. ∴*f2(x*)=.故*f(x)=x*2+.

(2) 【证法一】*f(x)=f(a)*,得*x*2+=a2+,

即=－*x*2+*a*2+.

在同一坐标系内作出*f2(x)*=和

*f3(x)= －x2+a*2+的大致图象,其中*f2(x)*的图象是以坐标轴为渐近线,且位于第一、三象限的双曲线, *f3(x)*的图象是以(0, *a*2+)为顶点,开口向下的抛物线.

因此, *f2(x)*与f3(*x*)的图象在第三象限有一个交点,

即*f(x)=f(a)*有一个负数解. 又∵*f*2(2)=4, *f*3(2)= －4+*a*2+

当*a*>3时,. *f3(2)－f2(2)*= *a*2+－8>0，

∴当*a*>3时,在第一象限*f3(x*)的图象上存在一点(2,*f3*(2))在*f2(x)*图象的上方.

∴*f2(x*)与*f3(x)*的图象在第一象限有两个交点,即*f(x)=f(a)*有两个正数解.

因此,方程*f(x)=f(a)*有三个实数解.

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 【证法二】由*f(x)=f(a)*,得*x*2+=*a*2+,

即(*x－a*)(*x+a*－)=0,得方程的一个解*x*1=*a*.

方程*x+a*－=0化为*ax*2+*a*2*x*－8=0, 由*a*>3,△=*a*4+32*a*>0,得

*x*2=, *x*3=,

∵*x*2<0, *x*3>0, ∴*x*1≠ *x*2,且*x*2≠ *x*3.

若*x*1= *x*3,即*a学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！*=,则3*a*2=, *a*4=4*a*,

得*a*=0或*a*=,这与*a*>3矛盾, ∴*x*1≠ *x*3.

故原方程有三个实数解.

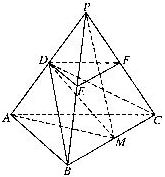
21．【证明】(1) ∵棱台DEF—ABC与棱锥P—ABC的棱长和相等,

∴DE+EF+FD=PD+PE+PF. 又∵截面DEF∥底面ABC,

∴DE=EF=FD=PD=PE=PF,∠DPE=∠EPF=∠FPD=60°, ∴P—ABC是正四面体.

【解】(2)取BC的中点M,连接PM,DM.AM.

∵BC⊥PM,BC⊥AM, ∴BC⊥平面PAM,BC⊥DM,

 则∠DMA为二面角D—BC—A的平面角.

由(1)知,P—ABC的各棱长均为1,

∴PM=AM=,由D是PA的中点,得

sin∠DMA=,∴∠DMA=arcsin.

(3)存在满足条件的直平行六面体.

棱台DEF—ABC的棱长和为定值6,体积为V.

设直平行六面体的棱长均为,底面相邻两边夹角为α,

则该六面体棱长和为6, 体积为sin*α*=V.

∵正四面体P—ABC的体积是,∴0<V<,0<8V<1.可知*α*=arcsim(8V)

故构造棱长均为,底面相邻两边夹角为arcsim(8V)的直平行六面体即满足要求.

22．【解】(1) *a*1=2=100,由S3=(*a*1+*a*3)=255,得*a*3=2=70.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 由 | =1 | ,得 | *x*=60 |
| *x*+y=70 | y=10 |

∴点P学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！3的坐标可以为(2, ).

(2)【解法一】原点O到二次曲线C:(a>b>0)上各点的最小距离为b,最大距离为*a*. ∵a1=2=*a*2, ∴d<0,且*a*n=2=*a*2+(n－1)d≥b2,

∴≤d<0. ∵n≥3,>0 ∴Sn=n*a*2+d在[,0)上递增,

故Sn的最小值为n*a*2+·=.

【解法二】对每个自然数k(2≤k≤n),

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 由 | x+y=a2+(k－1)d | ,解得y= |
| +=1 |

∵0< y≤b2,得≤d<0 ∴≤d<0 以下与解法一相同.

(3)解法一】若双曲线C:－=1,点P1(*a*,0),

则对于给定的n, 点P1, P2,…Pn存在的充要条件是d>0.

∵原点O到双曲线C上各点的距离h∈[,+∞],且=*a*2,

∴点P1, P2,…，Pn存在当且仅当2>2,即d>0.

【解法二】若抛物线C:y2=2P*x*,点P1(0,学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！0),

则对于给定的n, 点P1, P2,…Pn存在的充要条件是d>0.理由同上

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 【解法三】若圆C:(*x*－*a*)2+y2=*a*2(*a*≠0), P1(0,0),

则对于给定的n, 点P学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！1, P2,…，Pn存在的充要条件是0<d≤.

∵原点O到圆C上各点的最小距离为0,最大距离为2,

且2=0, ∴d>0且2=(n－1)d≤4*a*2.即0<d≤. 即 