**绝密★启用前**

**2006**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷**（理工农医类）**

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

**一．填空题**（本大题满分48分）

1．已知集合A＝－1，3，2－1，集合B＝3，．若BA，则实数＝ ．

2．已知圆－4－4＋＝0的圆心是点P，则点P到直线－－1＝0的距离是 ．

3．若函数＝（＞0，且≠1）的反函数的图像过点（2，－1），则＝ ．

4．计算：＝ ．

5．若复数同时满足－＝2，＝（为虚数单位），则＝ ．

6．如果＝，且是第四象限的角，那么＝ ．

7．已知椭圆中心在原点，一个焦点为F（－2，0），且长轴长是短轴长的2倍，则该椭圆的标准方程是 ．

8．在极坐标系中，O是极点，设点A（4，），B（5，－），则△OAB的面积是 ．

9．两部不同的长篇小说各由第一、二、三、四卷组成，每卷1本，共8本．将它们任意地排成一排，左边4本恰好都属于同一部小说的概率是 （结果用分数表示）．

10．如果一条直线与一个平面垂直，那么，称此直线与平面构成一个“正交线面对”．在一个正方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交线面对”的个数是 ．

11．若曲线＝||＋1与直线＝＋没有公共点，则、分别应满足的条件是 ．

12．三个同学对问题“关于的不等式＋25＋|－5|≥在[1，12]上恒成立，求实数的取值范围”提出各自的解题思路．

甲说：“只须不等式左边的最小值不小于右边的最大值”．

乙说：“把不等式变形为左边含变量的函数，右边仅含常数，求函数的最值”．

丙说：“把不等式两边看成关于的函数，作出函数图像”．

参考上述解题思路，你认为他们所讨论的问题的正确结论，即的取值范围是 ．

**二．选择题**（本大题满分16分）

13．如图，在平行四边形ABCD中，下列结论中错误的是 **[答]**（ ）

A

B

C

D

（A）＝；（B）＋＝；

（C）－＝；（D）＋＝．

14．若空间中有四个点，则“这四个点中有三点在同一直线上”是“这四个点在同一平面上”的 **[答]**（ ）

（A）充分非必要条件；（B）必要非充分条件；（C）充要条件；（D）非充分非必要条件．

15．若关于的不等式≤＋4的解集是M，则对任意实常数，总有**[答]**（ ）

（A）2∈M，0∈M； （B）2M，0M； （C）2∈M，0M； （D）2M，0∈M．

16．如图，平面中两条直线和相交于点O，对于平面上任意一点M，若、分别是M到直线和的距离，则称有序非负实数对（，）是点M的“距离坐标”．已知常数≥0，≥0，给出下列命题：





O

M（，）

①若＝＝0，则“距离坐标”为（0，0）的点

有且仅有1个；

②若＝0，且＋≠0，则“距离坐标”为

（，）的点有且仅有2个；

③若≠0，则“距离坐标”为（，）的点有且仅有4个．

上述命题中，正确命题的个数是 **[答]**（ ）

（A）0； （B）1； （C）2； （D）3．

**三．解答题**（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．

17．（本题满分12分）

求函数＝2＋的值域和最小正周期．

[解]

18．（本题满分12分）

如图，当甲船位于A处时获悉，在其正东方向相距20海里的B处有一艘渔船遇险等待营救．甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西30，相距10海里C处的乙船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援（角度精确到1）？

[解]

北

20

10

A

B

•

•C

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在四棱锥P－ABCD中，底面是边长为2的菱形，∠DAB＝60，对角线AC与BD相交于点O，PO⊥平面ABCD，PB与平面ABCD所成的角为60．

P

A

B

C

D

O

E

（1）求四棱锥P－ABCD的体积；

（2）若E是PB的中点，求异面直线

DE与PA所成角的大小（结果用反

三角函数值表示）．

[解]（1）

（2）

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在平面直角坐标系O中，直线与抛物线＝2相交于A、B两点．

（1）求证：“如果直线过点T（3，0），那么＝3”是真命题；

（2）写出（1）中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由．

[解]（1）

（2）

21．（本题满分16分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分）

已知有穷数列共有2项（整数≥2），首项＝2．设该数列的前项和为，且＝＋2（＝1，2，┅，2－1），其中常数＞1．

（1）求证：数列是等比数列；

（2）若＝2，数列满足＝（＝1，2，┅，2），求数列的通项公式；

（3）若（2）中的数列满足不等式|－|＋|－|＋┅＋|－|＋|－|≤4，求的值．

[解]（1）

（2）

（3）

22．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分）

已知函数＝＋有如下性质：如果常数＞0，那么该函数在0，上是减函数，在，＋∞上是增函数．

（1）如果函数＝＋（＞0）的值域为6，＋∞，求的值；

（2）研究函数＝＋（常数＞0）在定义域内的单调性，并说明理由；

（3）对函数＝＋和＝＋（常数＞0）作出推广，使它们都是你所推广的函数的特例．研究推广后的函数的单调性（只须写出结论，不必证明），并求函数＝＋（是正整数）在区间[，2]上的最大值和最小值（可利用你的研究结论）．

[解]（1）

（2）

（3）

**上海数学(理工农医类)参考答案**

**2006年高考**上海 数学试卷（理）

**一．填空题**

**1．** **解：**由，经检验，为所求；

**2．** **解：**由已知得圆心为：，由点到直线距离公式得：；

**3． 解：**由互为反函数关系知，过点，代入得：；

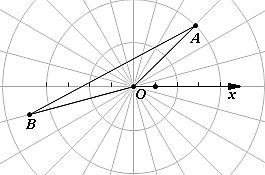
**4．** **解：**；

**5．** **解：**已知；

**6．** **解：**已知；

**7．**

**解：**已知为所求；

**8． 解：**如图△OAB中，

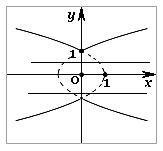


 (平方单位)；

**9．** **解：**分为二步完成： 1) 两套中任取一套，再作全排列，有种方法； 2) 剩下的一套全排列，有种方法；

所以，所求概率为：；

**10．解：**正方体中，一个面有四条棱与之垂直，六个面，共构成24个“正交线面对”；而正方

体的六个对角截面中，每个对角面又有两条面对角线与之垂直，共构成12个“正交线

面对”，所以共有36个“正交线面对”；

**11．解：**作出函数的图象，

如右图所示：

所以，；

**12．解：**由＋25＋|－5|≥，

而，等号当且仅当时成立；

且，等号当且仅当时成立；

所以，，等号当且仅当时成立；故；

**二．选择题**（本大题满分16分）

A

B

C

D

**13．** **解：**由向量定义易得， **（C）**选项错误；；

14．**解： 充分性成立：** “这四个点中有三点在同一直线上”有两种情况：

1）第四点在共线三点所在的直线上，可推出“这四个点在同一平面上”；

2）第四点不在共线三点所在的直线上，可推出“这四点在唯一的一个平面内”；

**必要性不成立：**“四个点在同一平面上”可能推出“两点分别在两条相交或平行直线上”；

**故选（A）**

15．**解：**选**（A）**

**方法1：**代入判断法，将分别代入不等式中，判断关于的不等式解集是否为；

**方法2：**求出不等式的解集；

16．**解：**选**（D）**

① 正确，此点为点 ② 正确，注意到为常数，由中必有一个为零，另一个非零，从而可知有且仅有2个点，这两点在其中一条直线上，且到另一直线的距离为（或）； ③ 正确，四个交点为与直线相距为的两条平行线和与直线相距为的两条平行线的交点；

**三．解答题**（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．

**17．**（本题满分12分）

求函数的值域和最小正周期．

**[解]** 



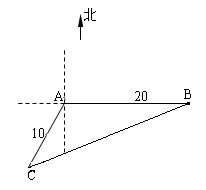
∴ 函数的值域是,最小正周期是；

**18．**（本题满分12分）

如图，当甲船位于A处时获悉，在其正东方向相距20海里的B处有一艘渔船遇险等待

营救．甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西30，相距10海里C处的乙

船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援（角度精确到）？

**[解]** 连接BC,由余弦定理得

BC2=202+102－2×20×10COS120°=700.

于是,BC=10.

∵, ∴sin∠ACB=,

∵∠ACB<90° ∴∠ACB=41°

∴乙船应朝北偏东71°方向沿直线前往B处救援.

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在四棱锥P－ABCD中，底面是边长为2的菱形，∠DAB＝60，对角线AC与BD相交

于点O，PO⊥平面ABCD，PB与平面ABCD所成的角为60．

P

A

B

C

D

O

E

（1）求四棱锥P－ABCD的体积；

（2）若E是PB的中点，求异面直线

DE与PA所成角的大小（结果用

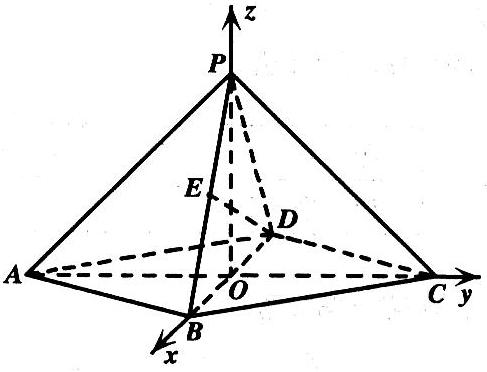
反三角函数值表示）．

**[解]（1）**在四棱锥P-ABCD中,由PO⊥平面ABCD,得

∠PBO是PB与平面ABCD所成的角, ∠PBO=60°.

在Rt△AOB中BO=ABsin30°=1, 由PO⊥BO,

于是,PO=BOtg60°=,而底面菱形的面积为2.

∴四棱锥P-ABCD的体积V=×2×=2.

**（2）解法一：**以O为坐标原点,射线OB、OC、

OP分别为x轴、y轴、z轴的正半轴建立

空间直角坐标系.

在Rt△AOB中OA=,于是,点A、B、

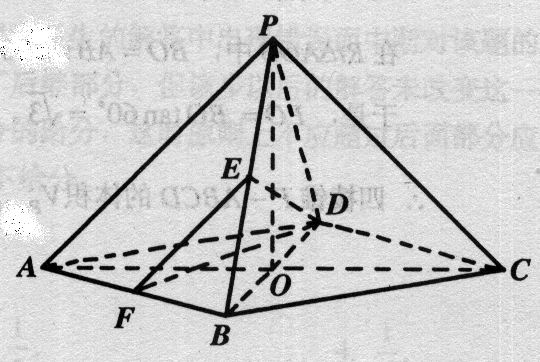
D、P的坐标分别是A(0,－,0),

B (1,0,0), D (－1,0,0), P (0,0, ).

E是PB的中点,则E(,0,) 于是=(,0, ),=(0, ,).

设的夹角为θ,有cosθ=,θ=arccos,

∴异面直线DE与PA所成角的大小是arccos；

 **解法二：**取AB的中点F,连接EF、DF.

由E是PB的中点,得EF∥PA，

∴∠FED是异面直线DE与PA所成

角(或它的补角)，

在Rt△AOB中AO=ABcos30°==OP，

于是, 在等腰Rt△POA中，

PA=，则EF=.

在正△ABD和正△PBD中,DE=DF=，

cos∠FED==

∴异面直线DE与PA所成角的大小是arccos.

20．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分）

在平面直角坐标系O中，直线与抛物线＝2相交于A、B两点．

（1）求证：“如果直线过点T（3，0），那么＝3”是真命题；

（2）写出（1）中命题的逆命题，判断它是真命题还是假命题，并说明理由．

**[解]**（1）设过点T(3,0)的直线交抛物线y2=2x于点A(x1,y1)、B(x2,y2).

当直线的钭率不存在时,直线的方程为x=3,此时,直线与抛物线相交于点A(3,)、B(3,－). ∴=3；

当直线的钭率存在时,设直线的方程为，其中，

由得 

又 ∵ ，

∴，

综上所述，命题“如果直线过点T(3,0)，那么=3”是真命题；

(2)**逆命题**是：设直线交抛物线y2=2x于A、B两点,如果=3,那么该直线过点T(3,0).该命题是**假命题**.

例如：取抛物线上的点A(2,2)，B(,1)，此时=3,

直线AB的方程为：，而T(3,0)不在直线AB上；

说明：由抛物线y2=2x上的点A (x1,y1)、B (x2,y2) 满足=3，可得y1y2=－6，

或y1y2=2，如果y1y2=－6，可证得直线AB过点(3,0)；如果y1y2=2，可证得直线

AB过点(－1,0),而不过点(3,0).

21．（本题满分16分，本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题

满分6分）

已知有穷数列共有2项（整数≥2），首项＝2．设该数列的前项和为，且＝＋2（＝1，2，┅，2－1），其中常数＞1．

（1）求证：数列是等比数列；

（2）若＝2，数列满足＝（＝1，2，┅，2），

求数列的通项公式；

（3）若（2）中的数列满足不等式|－|＋|－|＋┅＋|－|＋|－|

≤4，求的值．

(1) **[证明]**  当n=1时,a2=2a,则=a；

2≤n≤2k－1时, an+1=(a－1) Sn+2, an=(a－1) Sn－1+2,

an+1－an=(a－1) an, ∴=a, ∴数列{an}是等比数列.

(2) 解：由(1) 得an=2a, ∴a1a2…an=2a=2a=2,

bn=(n=1,2,…,2k).

（3）设bn≤,解得n≤k+,又n是正整数,于是当n≤k时, bn<；

当n≥k+1时, bn>.

原式=(－b1)+(－b2)+…+(－bk)+(bk+1－)+…+(b2k－)

=(bk+1+…+b2k)－(b1+…+bk)

==.

当≤4,得k2－8k+4≤0, 4－2≤k≤4+2,又k≥2,

∴当k=2,3,4,5,6,7时,原不等式成立.

22．（本题满分18分，本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题

满分9分）

已知函数＝＋有如下性质：如果常数＞0，那么该函数在0，上是减函数，在，＋∞上是增函数．

（1）如果函数＝＋（＞0）的值域为6，＋∞，求的值；

（2）研究函数＝＋（常数＞0）在定义域内的单调性，并说明理由；

（3）对函数＝＋和＝＋（常数＞0）作出推广，使它们都是你所推广的

函数的特例．研究推广后的函数的单调性（只须写出结论，不必证明），并求函数

＝＋（是正整数）在区间[，2]上的最大值和最小值（可利

用你的研究结论）．

**[解]**（1）函数y=x+(x>0)的最小值是2，则2=6, ∴b=log29.

(2) 设0<x1<x2,y2－y1=.

当<x1<x2时, y2>y1, 函数y=在[,+∞)上是增函数；

当0<x1<x2<时y2<y1, 函数y=在(0,]上是减函数.

又y=是偶函数，于是，

该函数在(－∞,－]上是减函数, 在[－,0)上是增函数；

(3) 可以把函数推广为y=(常数a>0),其中n是正整数.

当n是奇数时,函数y=在(0,]上是减函数,在[,+∞) 上是增函数,

在(－∞,－]上是增函数, 在[－,0)上是减函数；

当n是偶数时,函数y=在(0,]上是减函数,在[,+∞) 上是增函数,

在(－∞,－]上是减函数, 在[－,0)上是增函数；

F(x)=+

=

因此F(x) 在 [,1]上是减函数,在[1,2]上是增函数.

所以，当x=或x=2时，F(x)取得最大值()n+()n；

当x=1时F(x)取得最小值2n+1；