**绝密★启用前**

**2007**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷**（理工农医类）**

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

**一．填空题（本大题满分44分）本大题共有11题，只要求直接填写结果，**

**每个空格填对得4分，否则一律得零分．**

1．函数的定义域是 ．

2．若直线与直线平行，则 ．

3．函数的反函数 ．

4．方程 的解是 ．

5．已知，且，则的最大值是 ．

6．函数的最小正周期 ．

7．在五个数字中，若随机取出三个数字，则剩下两个数字都是奇数的

概率是 （结果用数值表示）．

8．以双曲线的中心为焦点，且以该双曲线的左焦点为顶点的抛物线方程

是 ．

9．对于非零实数，以下四个命题都成立：

① ； ② ；

③ 若，则； ④ 若，则．

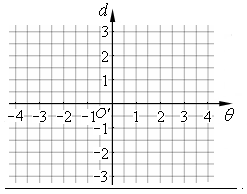
那么，对于非零复数，仍然成立的命题的所有序号是 ．

10．在平面上，两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种． 已知是两个

相交平面，空间两条直线在上的射影是直线，在上的射影是

直线．用与，与的位置关系，写出一个总能确定与是异

面直线的充分条件： ．



11．已知为圆上任意

一点（原点除外），直线

的倾斜角为弧度，记．

在右侧的坐标系中，画出以

为坐标的点的轨迹的大致图形为

**二．选择题（本大题满分16分）本大题共有4 题，每题都给出代号为A，B，C，D**

**的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后**

**的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都**

**写在圆括号内），一律得零分．**

12．已知，且（是虚数单位）是实系数一元二次方程

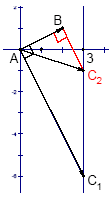
的两个根，那么的值分别是（　　）

Ａ． Ｂ．

Ｃ． Ｄ．

13．设是非零实数，若，则下列不等式成立的是（　　）

Ａ． Ｂ． Ｃ． Ｄ．

14．直角坐标系中，分别是与轴正方向同向的单位向量．在直角三角形中，若，则的可能值个数是（　　）

Ａ．1 Ｂ．2 Ｃ．3 Ｄ．4

15．设是定义在正整数集上的函数，且满足：“当成立时，

总可推出成立”．那么，下列命题总成立的是（　　）

Ａ．若成立，则当时，均有成立

Ｂ．若成立，则当时，均有成立

Ｃ．若成立，则当时，均有成立

Ｄ．若成立，则当时，均有成立

**三．解答题（本大题满分90分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．**

16．（本题满分12分）

如图，在体积为1的直三棱柱中，













． 求直线与

平面所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．

17．（本题满分14分）

在中，分别是三个内角的对边．若，，求的面积．

18．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分．

近年来，太阳能技术运用的步伐日益加快．2002年全球太阳电池的年生产量达到670兆瓦，年生产量的增长率为34%．以后四年中，年生产量的增长率逐年递增2%

（如，2003年的年生产量的增长率为36%）．

（1）求2006年全球太阳电池的年生产量（结果精确到0.1兆瓦）；

（2）目前太阳电池产业存在的主要问题是市场安装量远小于生产量，2006年的实际安装量为1420兆瓦．假设以后若干年内太阳电池的年生产量的增长率保持在42%，到2010年，要使年安装量与年生产量基本持平（即年安装量不少于年生产量的95%），这四年中太阳电池的年安装量的平均增长率至少应达到多少（结果精确到0.1%）？

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分7分，第2小题满分7分．

已知函数，常数．

（1）讨论函数的奇偶性，并说明理由；

（2）若函数在上为增函数，求的取值范围．

20．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，

第3小题满分9分．

如果有穷数列（为正整数）满足条件，，…，，即（），我们称其为“对称数列”．例如，由组合数组成的数列就是“对称数列”．

（1）设是项数为7的“对称数列”，其中是等差数列，且，

．依次写出的每一项；

（2）设是项数为(正整数)的“对称数列”，其中

是首项为，公差为的等差数列．记各项的和为．当为

何值时，取得最大值？并求出的最大值；

（3）对于确定的正整数，写出所有项数不超过的“对称数列”，

使得依次是该数列中连续的项；当时，

求其中一个“对称数列”前项的和．

21．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，

第3小题满分8分．

我们把由半椭圆 与半椭圆 

合成的曲线称作“果圆”，其中，，．

如图，点，，是相应椭圆的焦点，，和，分别是“果圆”

与，轴的交点．

*y*



*O*







.

.







*x*

.

1. 若是边长为1的等边三角形，

求“果圆”的方程；

（2）当时，求的取值范围；

（3）连接“果圆”上任意两点的线段称为“果圆”的弦．

试研究：是否存在实数，使斜率为的“果圆”

平行弦的中点轨迹总是落在某个椭圆上？若存在，

求出所有可能的值；若不存在，说明理由．

**绝密★启用前**

**2007**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷**（理工农医类）**

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

**一．填空题（本大题满分44分）本大题共有11题，只要求直接填写结果，**

**每个空格填对得4分，否则一律得零分．**

1．函数的定义域是 ．

**【答案】** 

**【解析】**  

2．若直线与直线平行，则 ．

**【答案】**

**【解析】 **

3．函数的反函数 ．

**【答案】**

**【解析】**由

4．方程 的解是 ．

**【答案】**

**【解析】** （舍去），。

5．已知，且，则的最大值是 ．

**【答案】**

**【解析】 ，**当且仅当x=4y=时取等号.

6．函数的最小正周期 ．

**【答案】**

**【解析】**



 。

7．在五个数字中，若随机取出三个数字，则剩下两个数字都是奇数的

概率是 （结果用数值表示）．

**【答案】**

**【解析】 **

8．以双曲线的中心为焦点，且以该双曲线的左焦点为顶点的抛物线方程

是 ．

**【答案】**

**【解析】**双曲线的中心为O（0,0），该双曲线的左焦点为F（－3,0），则抛物线的顶点为（－3,0），焦点为（0,0），所以p=6，所以抛物线方程是)

9．对于非零实数，以下四个命题都成立：

① ； ② ；

③ 若，则； ④ 若，则．

那么，对于非零复数，仍然成立的命题的所有序号是 ．

**【答案】**②④

**【解析】** 对于①：解方程得 *a* *i*，所以非零复数 *a*  *i*使得，

①不成立；②显然成立；对于③：在复数集C中，|1|=|*i*|，则，所以③不成立；④显然成立。则对于任意非零复数，上述命题仍然成立的所有序号是②④

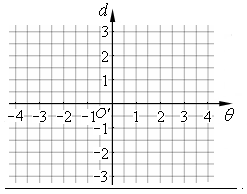
10．在平面上，两条直线的位置关系有相交、平行、重合三种． 已知是两个

相交平面，空间两条直线在上的射影是直线，在上的射影是

直线．用与，与的位置关系，写出一个总能确定与是异

面直线的充分条件： ．

**【答案】** ，并且与相交（，并且与相交）

**【解析】** 作图易得“能成为是异面直线的充分条件”的是“，并且与相交”或“，并且与相交”。

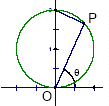
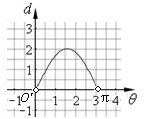
11．已知为圆上任意

一点（原点除外），直线

的倾斜角为弧度，记．

在右侧的坐标系中，画出以

为坐标的点的轨迹的大致图形为

**【答案】** 

**【解析】 **

**二．选择题（本大题满分16分）本大题共有4 题，每题都给出代号为A，B，C，D**

**的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后**

**的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都**

**写在圆括号内），一律得零分．**

12．已知，且（是虚数单位）是实系数一元二次方程

的两个根，那么的值分别是（　　）

Ａ． Ｂ．

Ｃ． Ｄ．

**【答案】A**

**【解析】** 因为2 *a*i，*b*i（ i 是虚数单位）是实系数一元二次方程

的两个根，所以*a*=－1，b=2，所以实系数一元二次方程的两个

根是所以。

13．设是非零实数，若，则下列不等式成立的是（　　）

Ａ． Ｂ． Ｃ． Ｄ．

**【答案】C**

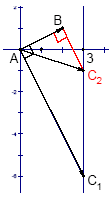
**【解析】**若*a**b**a2**b2*，A不成立；若B不成立；

若*a*=1，b=2，则,所以D不成立 ,故选C。

14．直角坐标系中，分别是与轴正方向同向的单位向量．在直角三角形

中，若，则的可能值个数是（　　）

Ａ．1 Ｂ．2 Ｃ．3 Ｄ．4

**【答案】B**

**【解析】解法一：**

（1） 若A为直角，则；

（2） 若B为直角，则；

（3） 若C为直角，则。

所以 *k* 的可能值个数是2，选B

**解法二：**数形结合．如图，将A放在坐标原点，则B点坐标为(2,1)，C点坐标为(3,k)，所以C点在直线x=3上，由图知，只可能A、B为直角，C不可能为直角．所以 *k* 的可能值个数是2，选B

15．设是定义在正整数集上的函数，且满足：“当成立时，

总可推出成立”．那么，下列命题总成立的是（　　）

Ａ．若成立，则当时，均有成立

Ｂ．若成立，则当时，均有成立

Ｃ．若成立，则当时，均有成立

Ｄ．若成立，则当时，均有成立

**【答案】D**

**【解析】** 对A，当k=1或2时，不一定有成立；对B，应有成立；

对C，只能得出：对于任意的，均有成立，不能得出：任意的，

均有成立；对D，对于任意的，

均有成立。故选D。

**三．解答题（本大题满分90分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤．**













16．（本题满分12分）

如图，在体积为1的直三棱柱中，

． 求直线与

平面所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．

**【解析】法一**： 由题意，可得体积，

．连接． ，

平面，













是直线与平面所成的角．

，，

则 ＝．即直线与平面所成角的大小为．

**法二：** 由题意，可得



















体积，

，

如图，建立空间直角坐标系． 得点，

，． 则，

平面的法向量为．

设直线与平面所成的角为，与的夹角为，

则， ，

即直线与平面所成角的大小为．

17．（本题满分14分）

在中，分别是三个内角的对边．若，，求的面积．

**【解析】** 由题意，得为锐角，，

，

由正弦定理得 ，  ．

18．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分．

近年来，太阳能技术运用的步伐日益加快．2002年全球太阳电池的年生产量达到670兆瓦，年生产量的增长率为34%．以后四年中，年生产量的增长率逐年递增2%

（如，2003年的年生产量的增长率为36%）．

（1）求2006年全球太阳电池的年生产量（结果精确到0.1兆瓦）；

（2）目前太阳电池产业存在的主要问题是市场安装量远小于生产量，2006年的实际安装量为1420兆瓦．假设以后若干年内太阳电池的年生产量的增长率保持在42%，到2010年，要使年安装量与年生产量基本持平（即年安装量不少于年生产量的95%），这四年中太阳电池的年安装量的平均增长率至少应达到多少（结果精确到0.1%）？

**【解析】**（1）由已知得2003，2004，2005，2006年太阳电池的年生产量的增长率依次为

，，，．

则2006年全球太阳电池的年生产量为 (兆瓦)．

（2）设太阳电池的年安装量的平均增长率为，则．解得．

因此，这四年中太阳电池的年安装量的平均增长率至少应达到．

19．（本题满分14分）本题共有2个小题，第1小题满分7分，第2小题满分7分．

已知函数，常数．

（1）讨论函数的奇偶性，并说明理由；

（2）若函数在上为增函数，求的取值范围．

**【解析】**（1）当时，，

对任意，， 为偶函数．

当时，，

取，得 ，

， 函数既不是奇函数，也不是偶函数．

（2）解法一：设，

，

要使函数在上为增函数，必须恒成立．

，即恒成立．

又，． 的取值范围是．

解法二：当时，，显然在为增函数．

当时，反比例函数在为增函数，在为增函数．

当时，同解法一．

20．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，

第3小题满分9分．

如果有穷数列（为正整数）满足条件，，…，，即（），我们称其为“对称数列”．例如，由组合数组成的数列就是“对称数列”．

（1）设是项数为7的“对称数列”，其中是等差数列，且，

．依次写出的每一项；

（2）设是项数为(正整数)的“对称数列”，其中

是首项为，公差为的等差数列．记各项的和为．当为

何值时，取得最大值？并求出的最大值；

（3）对于确定的正整数，写出所有项数不超过的“对称数列”，

使得依次是该数列中连续的项；当时，

求其中一个“对称数列”前项的和．

**【解析】**（1）设的公差为，则，解得 ，

数列为．

（2），

，

当时，取得最大值．的最大值为626．

（3）所有可能的“对称数列”是：

① ；

② ；

③ ；

④ ．

对于①，当时，．

当时，

．

对于②，当时，．

当时，．

对于③，当时，．

当时，．

对于④，当时，．

当时，．

21．（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，

第3小题满分8分．

我们把由半椭圆 与半椭圆 

合成的曲线称作“果圆”，其中，，．

如图，点，，是相应椭圆的焦点，，和，分别是“果圆”

与，轴的交点．

*y*



*O*







.

.







*x*

.

1. 若是边长为1的等边三角形，

求“果圆”的方程；

（2）当时，求的取值范围；

（3）连接“果圆”上任意两点的线段称为“果圆”的弦．

试研究：是否存在实数，使斜率为的“果圆”

平行弦的中点轨迹总是落在某个椭圆上？若存在，

求出所有可能的值；若不存在，说明理由．

**【解析】**（1） ，

*y*

*O*









.

.

.

*M*







*x*

，

于是，所求“果圆”方程为

，

（2）由题意，得 ，即．

，，得．

又． ．

（3）设“果圆”的方程为，．

记平行弦的斜率为．

当时，直线与半椭圆的交点是

，与半椭圆的交点是．

 的中点满足  得 ．

 ， ．

综上所述，当时，“果圆”平行弦的中点轨迹总是落在某个椭圆上．

当时，以为斜率过的直线与半椭圆

的交点是．

由此，在直线右侧，以为斜率的平行弦的中点轨迹在直线上，

即不在某一椭圆上．

当时，可类似讨论得到平行弦中点轨迹不都在某一椭圆上．