**绝密★启用前**

 **2010**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷**（理工农医类）**

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

**一、填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。**

1.不等式的解集是 。

2.若复数（为虚数单位），则 。

解析：考查复数基本运算

3. 动点到点的距离与它到直线的距离相等，则的轨迹方程为 **。**

**4.行列式的值是 。**

**5. 圆的圆心到直线l:的距离 。**

6. 随机变量的概率分布率由下图给出：

****

则随机变量的均值是

7. 2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园。在右边的框图中，表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入  **。**

8.对任意不等于1的正数a，函数f(x)=的反函数的图像都经过点P，则点P的坐标是

9．从一副混合后的扑克牌（52张）中随机抽取1张，事件A为“抽得红桃K”，事件B为“抽得为黑桃”，则概率P（AB）= （结果用最简分数表示）

10．在行n列矩阵中，

记位于第行第列的数为。当时， 。

![C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\`)Y1ZA5H3}5WV{[Y_66~]2V.jpg]()

11. 将直线、（，）x轴、y轴围成的封闭图形的面积记为，则 。

12．如图所示，在边长为4的正方形纸片ABCD中，AC与BD相交于O,剪去,将剩余部分沿OC、OD折叠，使OA、OB重合，则以A、（B）、C、D、O为顶点的四面体的体积为

**13。如图所示，直线x=2与双曲线的渐近线交于,两点，记，任取双曲线上的点P，若，则a、b满足的一个等式是**

**14.以集合U=的子集中选出2个不同的子集，需同时满足以下两个条件：**

**（1）a、b都要选出；**

**（2）对选出的任意两个子集A和B，必有，那么共有 种不同的选法。**

**二．选择题（本大题满分20分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案。考生必须在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律得零分。**

**15．“”是“”成立的 [答]（ ）**

**（A）充分不必要条件. （B）必要不充分条件.**

**（C）充分条件. （D）既不充分也不必要条件.**

**16.直线l的参数方程是，则l的方向向量是可以是 【答】（ ）**

**(A)(1,2) (B)(2,1) (C)(-2,1) (D)(1,-2)**

17.若是方程的解，则属于区间 【答】（ ）

(A)(,1) (B)(,) (C)(,) (D)(0,)

18. 某人要制作一个三角形，要求它的三条高的长度分别为，则此人能 【答】（ ）

（A）不能作出这样的三角形 （B）作出一个锐角三角形

（C）作出一个直角三角形 （D）作出一个钝角三角形

**三、解答题（本大题满分74分）本大题共有5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。**

**19.（本题满分12分）**

**已知，化简：**

**.**

**20. (本题满分13分)本题共有2个小题，第一个小题满分5分，第2个小题满分8分。**

**已知数列的前项和为，且，**

（1）证明：是等比数列；

（2）求数列的通项公式，并求出n为何值时，取得最小值，并说明理由。

 （2）= n=15取得最小值

**21、（本大题满分13分）本题共有2个小题，第1小题满分5分，第2小题满分8分.**

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝，骨架把圆柱底面8等份，再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）.

(1)当圆柱底面半径取何值时，取得最大值？并求出该

最大值（结果精确到0.01平方米）;

（2）在灯笼内，以矩形骨架的顶点为点，安装一些霓虹灯，当灯笼的底面半径为0.3米时，求图中两根直线与所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数表示）

**22.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分10分。**

若实数、、满足，则称比远离.

（1）若比1远离0，求的取值范围；

（2）对任意两个不相等的正数、，证明：比远离；

（3）已知函数的定义域.任取，等于和中远离0的那个值.写出函数的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）.

**23（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分.**

已知椭圆的方程为，点P的坐标为（-a，b）.

（1）若直角坐标平面上的点M、A(0,-b)，B(a，0)满足,求点的坐标；

（2）设直线交椭圆于、两点，交直线于点.若，证明：为的中点；

（3）对于椭圆上的点Q（a cosθ，b sinθ）（0＜θ＜π），如果椭圆上存在不同的两个交点、满足,写出求作点、的步骤，并求出使、存在的θ的取值范围.

**2010年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）**

**数学（理科）**

**一、填空题（本大题满分56分）本大题共有14题，考生必须在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4分，否则一律得零分。**

1.不等式的解集是 （-4,2） 。

解析：考查分式不等式的解法等价于（x-2）(x+4)<0,所以-4<x<2

2.若复数（为虚数单位），则 6-2i 。

解析：考查复数基本运算

3. 动点到点的距离与它到直线的距离相等，则的轨迹方程为 **。**

解析：考查抛物线定义及标准方程

定义知的轨迹是以为焦点的抛物线，p=2所以其方程为*y*2=8*x*

**4.行列式的值是 0 。**

解析：考查行列式运算法则****=

**5. 圆的圆心到直线l:的距离 3 。**

解析：考查点到直线距离公式

圆心（1,2）到直线距离为

6. 随机变量的概率分布率由下图给出：

****

则随机变量的均值是 8.2

解析：考查期望定义式E=7×0.3+8×0.35+9×0.2+10×0.15=8.2

7. 2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园。在右边的框图中，表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入 S S+a  **。**

8.对任意不等于1的正数a，函数f(x)=的反函数的图像都经过点P，则点P的坐标是 （0，-2）

解析：f(x)=的图像过定点（-2,0），所以其反函数的图像过定点（0，-2）

9．从一副混合后的扑克牌（52张）中随机抽取1张，事件A为“抽得红桃K”，事件B为“抽得为黑桃”，则概率P（AB）==（结果用最简分数表示）

解析：考查互斥事件概率公式 P（AB）=

 10．在行n列矩阵中，

记位于第行第列的数为。当时， 45 。

![C:\DOCUME~1\ADMINI~1\LOCALS~1\Temp\`)Y1ZA5H3}5WV{[Y_66~]2V.jpg]()解析：1+3+5+7+9+2+4+6+8=45

11. 将直线、（，）x轴、y轴围成的封闭图形的面积记为，则 1 。

解析：B 所以BO⊥AC，

= 所以

12．如图所示，在边长为4的正方形纸片ABCD中，AC与BD相交于O,剪去,将剩余部分沿OC、OD折叠，使OA、OB重合，则以A、（B）、C、D、O为顶点的四面体的体积为****

解析：翻折后的几何体为底面边长为4，侧棱长为的正三棱锥，

高为所以该四面体的体积为

**13。如图所示，直线x=2与双曲线的渐近线交于,两点，记，任取双曲线上的点P，若，则a、b满足的一个等式是 4ab=1**

解析：

=，点P在双曲线上

，化简得4*ab*=1

**14.以集合U=的子集中选出2个不同的子集，需同时满足以下两个条件：**

**（1）a、b都要选出；**

**（2）对选出的任意两个子集A和B，必有，那么共有 36 种不同的选法。**

解析：列举法 共有36种

**二．选择题（本大题满分20分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案。考生必须在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得5分，否则一律得零分。**

**15．“”是“”成立的 [答]（ A ）**

**（A）充分不必要条件. （B）必要不充分条件.**

**（C）充分条件. （D）既不充分也不必要条件.**

解析：，所以充分；

但反之不成立，如，所以不必要

**16.直线l的参数方程是，则l的方向向量是可以是 【答】（C）**

**(A)(1,2) (B)(2,1) (C)(-2,1) (D)(1,-2)**

解析：直线l的一般方程是，，所以C正确

17.若是方程的解，则属于区间 【答】（C）

(A)(,1) (B)(,) (C)(,) (D)(0,)

解析：结合图形，∴属于区间(,)

18. 某人要制作一个三角形，要求它的三条高的长度分别为，则此人能 【答】（D）

（A）不能作出这样的三角形 （B）作出一个锐角三角形

（C）作出一个直角三角形 （D）作出一个钝角三角形

解析：设三边分别为a,b,c，利用面积相等可知



由余弦定理得，所以角A为钝角

**三、解答题（本大题满分74分）本大题共有5题，解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。**

**19.（本题满分12分）**

**已知，化简：**

**.**

**=0**

**20. (本题满分13分)本题共有2个小题，第一个小题满分5分，第2个小题满分8分。**

**已知数列的前项和为，且，**

（1）证明：是等比数列；

（2）求数列的通项公式，并求出n为何值时，取得最小值，并说明理由。

 （2）= n=15取得最小值

解析：(1) 当*n*=1时，*a*1=−14；当*n*≥2时，*an*=*Sn*−*Sn*−1=−5*an*+5*an*−1+1，所以，
又*a*1−1=−15≠0，所以数列{*an*−1}是等比数列；
(2) 由(1)知：，得，从而(*n*∈**N**\*)；
解不等式*Sn*<*Sn*+1，得，，当*n*≥15时，数列{*Sn*}单调递增；
同理可得，当*n*≤15时，数列{*Sn*}单调递减；故当*n*=15时，*Sn*取得最小值．

**21、（本大题满分13分）本题共有2个小题，第1小题满分5分，第2小题满分8分.**

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作4个全等的矩形骨架，总计耗用9.6米铁丝，骨架把圆柱底面8等份，再用S平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）.

(1)当圆柱底面半径取何值时，取得最大值？并求出该

最大值（结果精确到0.01平方米）;

（2）在灯笼内，以矩形骨架的顶点为点，安装一些霓虹灯，当灯笼的底面半径为0.3米时，求图中两根直线与所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数表示）

解析：(1) 设圆柱形灯笼的母线长为*l*，则*l*=1.2−2*r*(0<*r*<0.6)，*S*=−3*π*(*r*−0.4)2+0.48*π*，
所以当*r*=0.4时，*S*取得最大值约为1.51平方米；
(2) 当*r*=0.3时，*l*=0.6，建立空间直角坐标系，可得，，
设向量与的夹角为*θ*，则，
所以*A*1*B*3、*A*3*B*5所在异面直线所成角的大小为．

**22.（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分5分，第3小题满分10分。**

若实数、、满足，则称比远离.

（1）若比1远离0，求的取值范围；

（2）对任意两个不相等的正数、，证明：比远离；

（3）已知函数的定义域.任取，等于和中远离0的那个值.写出函数的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）.

解析：(1) ；
(2) 对任意两个不相等的正数*a*、*b*，有，，
因为，
所以，即*a*3+*b*3比*a*2*b*+*ab*2远离；
(3) ，
性质：1°*f*(*x*)是偶函数，图像关于*y*轴对称，2°*f*(*x*)是周期函数，最小正周期，
3°函数*f*(*x*)在区间单调递增，在区间单调递减，*k*∈**Z**，
4°函数*f*(*x*)的值域为．

**23（本题满分18分）本题共有3个小题，第1小题满分3分，第2小题满分6分，第3小题满分9分.**

已知椭圆的方程为，点P的坐标为（-a，b）.

（1）若直角坐标平面上的点M、A(0,-b)，B(a，0)满足,求点的坐标；

（2）设直线交椭圆于、两点，交直线于点.若，证明：为的中点；

（3）对于椭圆上的点Q（a cosθ，b sinθ）（0＜θ＜π），如果椭圆上存在不同的两个交点、满足,写出求作点、的步骤，并求出使、存在的θ的取值范围.

解析：(1) ；
(2) 由方程组，消*y*得方程，
因为直线交椭圆于、两点，
所以*Δ*>0，即，
设*C*(*x*1,*y*1)、*D*(*x*2,*y*2)，*CD*中点坐标为(*x*0,*y*0)，
则，
由方程组，消*y*得方程(*k*2−*k*1)*x*=*p*，
又因为，所以，
故*E*为*CD*的中点；
(3) 求作点*P*1、*P*2的步骤：1°求出*PQ*的中点，
2°求出直线*OE*的斜率，
3°由知*E*为*CD*的中点，根据(2)可得*CD*的斜率，
4°从而得直线*CD*的方程：，
5°将直线*CD*与椭圆Γ的方程联立，方程组的解即为点*P*1、*P*2的坐标．
欲使*P*1、*P*2存在，必须点*E*在椭圆内，
所以，化简得，，
又0<*θ* <*π*，即，所以，
故*θ* 的取值范围是．