绝密★启用前

**2017年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学**

注意事项：

 1.答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2.选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整，笔迹清楚

3.请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效

4.作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5.保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。
1.（ ）

A． B． C． D．

2.设集合，．若，则（ ）

A． B． C． D．

3.我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯（ ）

A．1盏 B．3盏 C．5盏 D．9盏

4.如图，网格纸上小正方形的边长为1，学 科&网粗实线画出的是某几何体的三视图，该几何体由一平面将一圆柱截去一部分所得，则该几何体的体积为（ ）

A． B． C． D．



5.设，满足约束条件，则的最小值是（ ）

A． B． C． D．

6.安排3名志愿者完成4项工作，每人至少完成1项，每项工作由1人完成，则不同的安排方式共有（ ）

A．12种 B．18种 C．24种 D．36种

7.甲、乙、丙、丁四位同学一起去向老师询问成语竞赛的成绩．老师说：你们四人中有2位优秀，2位良好，我现在给甲看乙、丙的成绩，给乙看丙的成绩，学 科&网给丁看甲的成绩．看后甲对大家说：我还是不知道我的成绩．根据以上信息，则（ ）

A．乙可以知道四人的成绩 B．丁可以知道四人的成绩

C．乙、丁可以知道对方的成绩 D．乙、丁可以知道自己的成绩

8.执行右面的程序框图，如果输入的，则输出的（ ）

A．2 B．3 C．4 D．5



9.若双曲线（，）的一条渐近线被圆所截得的弦长为2，则的离心率为（ ）

A．2 B． C． D．

10.已知直三棱柱中，，，，则异面直线与所成角的余弦值为（ ）

A． B． C． D．

11.若是函数的极值点，则的极小值为（ ）

A. B. C. D.1

12.已知是边长为2的等边三角形，P为平面ABC内一点，则的最小值是（ ）

A. B. C.  D.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13.一批产品的二等品率为，从这批产品中每次随机取一件，有放回地抽取次，表示抽到的二等品件数，则 ．

14.函数（）的最大值是 ．

15.等差数列的前项和为，，，则 ．

16.已知是抛物线的焦点，是上一点，的延长线交轴于点．若为的中点，则 ．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、解答过程或演算步骤。第17~21题为必做题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17.（12分）

的内角的对边分别为 ,已知．

(1)求

(2)若 , 面积为2,求

18.（12分）

淡水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比学|科网，收获时各随机抽取了100 个网箱，测量各箱水产品的产量（单位：kg）某频率直方图如下：



1. 设两种养殖方法的箱产量相互独立，记A表示事件：旧养殖法的箱产量低于50kg, 新养殖法的箱产量不低于50kg,估计A的概率；
2. 填写下面列联表，并根据列联表判断是否有99%的把握认为箱产量与养殖方法有关：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 箱产量＜50kg | 箱产量≥50kg |
| 旧养殖法 |  |  |
| 新养殖法 |  |  |

1. 根据箱产量的频率分布直方图，求新养殖法箱产量的中位数的估计值（精确到0.01）

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P（） | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

 

19.（12分）

如图，四棱锥*P*-*ABCD*中，侧面*PAD*为等比三角形且垂直于底面*ABCD*， *E*是*PD*的中点.

（1）证明：直线 平面*PAB*

（2）点*M*在棱*PC* 上，且直线*BM*与底面*ABCD*所成锐角为 ，求二面角*M*-*AB*-*D*的余弦值

 

20. （12分）

设*O*为坐标原点，动点*M*在椭圆*C*：上，过*M*做*x*轴的垂线，垂足为*N*，点*P*满足.

1. 求点*P*的轨迹方程；
2. 设点*Q*在直线*x*=-3上，且.证明：过点*P*且垂直于*OQ*的直线*l*过*C*的左焦点*F*.

21.（12分）

已知函数且.

（1）求*a*；

（2）证明：存在唯一的极大值点，且.

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，按所做的第一题计分。

22.[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

 在直角坐标系*xOy*中，以坐标原点为极点，*x*轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线的极坐标方程为．

（1）*M*为曲线上的动点，点*P*在线段*OM*上，且满足,求点*P*的轨迹的直角坐标方程；

（2）设点*A*的极坐标为，点*B*在曲线上，求面积的最大值．

23.[选修4-5：不等式选讲]（10分）

已知，证明：

（1）；

（2）．

绝密★启用前

**2017年普通高等学校招生全国统一考试**

**理科数学试题答案**

**一、选择题**

1.D 2.C 3.B 4.B 5.A 6.D

7.D 8.B 9.A 10.C 11.A 12.B

二、填空题

13. 1.96 14. 1 15.  16. 6

三、解答题

17.解：

（1）由题设及，故



上式两边平方，整理得 

解得 

（2）由，故

又

由余弦定理学 科&网及得



所以b=2

18.解：

（1）记B表示事件“旧养殖法的箱产量低于” ，表示事件“新养殖法的箱产量不低于”

由题意知 

旧养殖法的箱产量低于的频率为



故的估计值为0.62

新养殖法的箱产量不低于的频率为



故的估计值为0.66

因此，事件A的概率估计值为

（2）根据箱产量的频率分布直方图得列联表

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 箱产量 | 箱产量 |
| 旧养殖法 | 62 | 38 |
| 新养殖法 | 34 | 66 |



由于

故有的把握认为箱产量与养殖方法有关．

（3）因为新养殖法的箱产量频率分布直方图中，箱产量低于的直方图面积为

，

箱产量低于的直方图面积为



故新养殖法箱产量的中位数的估计值为

．

19.解：

（1）取中点，连结，．

因为为的中点，所以,,由得，又

所以．四边形为平行四边形， ．

又，，故

（2）



由已知得,以A为坐标原点，的方向为x轴正方向，为单位长，建立如图所示的空间直角坐标系A-xyz,则

则，，，，

,则



因为BM与底面ABCD所成的角为45°，而是底面ABCD的法向量，所以

，

即（x-1）²+y²-z²=0

又M在棱PC上，学|科网设



由①，②得

所以M，从而

设是平面ABM的法向量，则



所以可取***m***=（0，-，2）.于是

因此二面角M-AB-D的余弦值为

20.解

（1）设P（x,y）,M（x0,y0）,设N（x0,0）, 

由得

因为M（x0,y0）在C上，所以

因此点P的轨迹方程为

（2）由题意知F（-1,0）.设Q（-3，t）,P(m,n),则

，



由得，又由（1）知，故

3+3m-tn=0

所以，即.学.科网又过点P存在唯一直线垂直于OQ，所以过点P且垂直于OQ的直线l过C的左焦点F.

21.解：

（1）的定义域为

设，则等价于

因为

若*a*=1，则.当0＜x＜1时，单调递减；当x＞1时，＞0，单调递增.所以x=1是的极小值点，故

综上，a=1

（2）由（1）知

设

当时，；当时，，所以在单调递减，在单调递增

又，所以在有唯一零点x0，在有唯一零点1，且当时，；当时，，当时，.

因为，所以x=x0是f(x)的唯一极大值点

由

由得

因为x=x0是f(x)在（0,1）的最大值点，由得



所以

22.解：

（1）设P的极坐标为，M的极坐标为，由题设知



由得的极坐标方程

因此的直角坐标方程为

（2）设点B的极坐标为,由题设知

,于是△OAB面积



当时，S取得最大值

所以△OAB面积的最大值为

23.解：

（1）



（2）因为



所以，因此a+b≤2.