**绝密★启用前**

 **2018**年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷

（满分150分，考试时间120分钟）

**考生注意**

**1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.**

**2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.**

**3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.**

**4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.**

**一、填空题（本大题共有12题，满分54分，第1～6题每题4分，第7～12题每题5分）**

1.行列式的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.双曲线的渐近线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3.在的二项展开式中，项的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（结果用数值表示）

4.设常数，函数。若的反函数的图像经过点，则

\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

5.已知复数满足（是虚数单位），则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

6.记等差数列的前项和为，若，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

7.已知。若幂函数为奇函数，且在上递减，则

\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

8.在平面直角坐标系中，已知点，，、是轴上的两个动点，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

9.有编号互不相同的五个砝码，其中5克、3克、1克砝码各一个，2克砝码两个。从中随机选取三个，则这三个砝码的总质量为9克的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（结果用最简分数表示）

10.设等比数列的通项公式为（），前项和为。若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

11.已知常数，函数的图像经过点、。若，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

12.已知实数、、、满足：，，，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**二、选择题（本大题共有4题，满分20分，每题5分）**

13.设是椭圆上的动点，则到该椭圆的两个焦点的距离之和为（）

（A）（B）（C）（D）

14.已知，则“”是“”的（）

（A）充分非必要条件（B）必要非充分条件

（C）充要条件（D）既非充分又非必要条件

15.《九章算术》中，称底面为矩形而有一侧棱垂直于底面的四棱锥为阳马。设是正六棱柱的一条侧棱，如图。若阳马以该正六棱柱的顶点为顶点、以为底面矩形的一边，则这样的阳马的个数是（）

（A）（B）（C）（D）

16.设是含数1的有限实数集，是定义在上的函数。若的图像绕原点逆时针旋转后与原图像重合，则在以下各项中，的可能取值只能是（）

（A）（B）（C）（D）

**三、解答题（本大题共有5题，满分76分）**

**17.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）**

已知圆锥的顶点为，底面圆心为，半径为2.

（1）设圆锥的母线长为4，求圆锥的体积；

（2）设，、是底面半径，且，为线段的中点，如图，求异面直线与所成的角的大小。

**18.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）**

设常数，函数。

（1）若为偶函数，求的值；

（2）若，求方程在区间上的解。

**19.（本题满分14分，第1小题满分6分，第2小题满分8分）**

某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时。某地上班族中的成员仅以自驾或公交方式通勤。分析显示：当中（）的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为

（单位：分钟）

而公交群体的人均通勤时间不受影响，恒为40分钟。试根据上述分析结果回答下列问题：

（1）当在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

（2）求该地上班族的人均通勤时间的表达式；讨论的单调性，并说明其实际意义。

**20.（本题满分16分，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分）**

设常数，在平面直角坐标系中，已知点，直线：，曲线

:（，），与轴交于点，与交于点。、分别是曲线与线段上的动点。

（1）用表示点到点的距离；

（2）设，，线段的中点在直线上，求的面积；

（3）设，是否存在以、为邻边的矩形，使得点在上？若存在，求点的坐标；若不存在，说明理由。

**21.（本题满分18分，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分8分）**

给定无穷数列，若无穷数列满足：对任意，都有，则称与“接近”。

（1）设是首项为1，公比为的等比数列，，。判断数列是否与接近，并说明理由；

（2）设数列的前四项为：，，，，是一个与接近的数列，记集合，求中元素的个数；

（3）已知是公差为的等差数列。若存在数列满足：与接近，且在，，…，中至少有100个为正数，求的取值范围。

**2018年上海市高考数学试卷**

**参考答案与试题解析**

**一、填空题（本大题共有12题，满分54分，第1~6题每题4分，第7~12题每题5分）考生应在答题纸的相应位置直接填写结果.**

1．（4分）（2018•上海）行列式的值为　18　．

【考点】OM：二阶行列式的定义．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；49 ：综合法；5R ：矩阵和变换．

【分析】直接利用行列式的定义，计算求解即可．

【解答】解：行列式=4×5﹣2×1=18．

故答案为：18．

【点评】本题考查行列式的定义，运算法则的应用，是基本知识的考查．

2．（4分）（2018•上海）双曲线﹣y2=1的渐近线方程为　±　．

【考点】KC：双曲线的性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题．

【分析】先确定双曲线的焦点所在坐标轴，再确定双曲线的实轴长和虚轴长，最后确定双曲线的渐近线方程．

【解答】解：∵双曲线的a=2，b=1，焦点在x轴上

 而双曲线的渐近线方程为y=±

∴双曲线的渐近线方程为y=±

故答案为：y=±

【点评】本题考察了双曲线的标准方程，双曲线的几何意义，特别是双曲线的渐近线方程，解题时要注意先定位，再定量的解题思想

3．（4分）（2018•上海）在（1+x）7的二项展开式中，x2项的系数为　21　（结果用数值表示）．

【考点】DA：二项式定理．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4O：定义法；5P ：二项式定理．

【分析】利用二项式展开式的通项公式求得展开式中x2的系数．

【解答】解：二项式（1+x）7展开式的通项公式为

Tr+1=•xr，

令r=2，得展开式中x2的系数为=21．

故答案为：21．

【点评】本题考查了二项展开式的通项公式的应用问题，是基础题．

4．（4分）（2018•上海）设常数a∈R，函数f（x）=1og2（x+a）．若f（x）的反函数的图象经过点（3，1），则a=　7　．

【考点】4R：反函数．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；33 ：函数思想；4O：定义法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】由反函数的性质得函数f（x）=1og2（x+a）的图象经过点（1，3），由此能求出a．

【解答】解：∵常数a∈R，函数f（x）=1og2（x+a）．

f（x）的反函数的图象经过点（3，1），

∴函数f（x）=1og2（x+a）的图象经过点（1，3），

∴log2（1+a）=3，

解得a=7．

故答案为：7．

【点评】本题考查实数值的求法，考查函数的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

5．（4分）（2018•上海）已知复数z满足（1+i）z=1﹣7i（i是虚数单位），则|z|=　5　．

【考点】A8：复数的模．菁优网版权所有

【专题】38 ：对应思想；4A ：数学模型法；5N ：数系的扩充和复数．

【分析】把已知等式变形，然后利用复数代数形式的乘除运算化简，再由复数求模公式计算得答案．

【解答】解：由（1+i）z=1﹣7i，

得，

则|z|=．

故答案为：5．

【点评】本题考查了复数代数形式的乘除运算，考查了复数模的求法，是基础题．

6．（4分）（2018•上海）记等差数列{an}的前n项和为Sn，若a3=0，a6+a7=14，则S7=　14　．

【考点】85：等差数列的前n项和．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列通项公式列出方程组，求出a1=﹣4，d=2，由此能求出S7．

【解答】解：∵等差数列{an}的前n项和为Sn，a3=0，a6+a7=14，

∴，

解得a1=﹣4，d=2，

∴S7=7a1+=﹣28+42=14．

故答案为：14．

【点评】本题考查等差数列的前7项和的求法，考查等差数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

7．（5分）（2018•上海）已知α∈{﹣2，﹣1，﹣，1，2，3}，若幂函数f（x）=xα为奇函数，且在（0，+∞）上递减，则α=　﹣1　．

【考点】4U：幂函数的概念、解析式、定义域、值域．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】由幂函数f（x）=xα为奇函数，且在（0，+∞）上递减，得到a是奇数，且a＜0，由此能求出a的值．

【解答】解：∵α∈{﹣2，﹣1，，1，2，3}，

幂函数f（x）=xα为奇函数，且在（0，+∞）上递减，

∴a是奇数，且a＜0，

∴a=﹣1．

故答案为：﹣1．

【点评】本题考查实数值的求法，考查幂函数的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

8．（5分）（2018•上海）在平面直角坐标系中，已知点A（﹣1，0）、B（2，0），E、F是y轴上的两个动点，且||=2，则的最小值为　﹣3　．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；35 ：转化思想；41 ：向量法；5A ：平面向量及应用．

【分析】据题意可设E（0，a），F（0，b），从而得出|a﹣b|=2，即a=b+2，或b=a+2，并可求得，将a=b+2带入上式即可求出的最小值，同理将b=a+2带入，也可求出的最小值．

【解答】解：根据题意，设E（0，a），F（0，b）；

∴；

∴a=b+2，或b=a+2；

且；

∴；

当a=b+2时，；

∵b2+2b﹣2的最小值为；

∴的最小值为﹣3，同理求出b=a+2时，的最小值为﹣3．

故答案为：﹣3．

【点评】考查根据点的坐标求两点间的距离，根据点的坐标求向量的坐标，以及向量坐标的数量积运算，二次函数求最值的公式．

9．（5分）（2018•上海）有编号互不相同的五个砝码，其中5克、3克、1克砝码各一个，2克砝码两个，从中随机选取三个，则这三个砝码的总质量为9克的概率是　　（结果用最简分数表示）．

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；49 ：综合法；5I ：概率与统计．

【分析】求出所有事件的总数，求出三个砝码的总质量为9克的事件总数，然后求解概率即可．

【解答】解：编号互不相同的五个砝码，其中5克、3克、1克砝码各一个，2克砝码两个，

从中随机选取三个，3个数中含有1个2；2个2，没有2，3种情况，

所有的事件总数为：=10，

这三个砝码的总质量为9克的事件只有：5，3，1或5，2，2两个，

所以：这三个砝码的总质量为9克的概率是：=，

故答案为：．

【点评】本题考查古典概型的概率的求法，是基本知识的考查．

10．（5分）（2018•上海）设等比数列{an}的通项公式为an=qn﹣1（n∈N\*），前n项和为Sn．若=，则q=　3　．

【考点】8J：数列的极限．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；35 ：转化思想；49 ：综合法；55 ：点列、递归数列与数学归纳法．

【分析】利用等比数列的通项公式求出首项，通过数列的极限，列出方程，求解公比即可．

【解答】解：等比数列{an}的通项公式为a=qn﹣1（n∈N\*），可得a1=1，

因为=，所以数列的公比不是1，

，an+1=qn．

可得====，

可得q=3．

故答案为：3．

【点评】本题考查数列的极限的运算法则的应用，等比数列求和以及等比数列的简单性质的应用，是基本知识的考查．

11．（5分）（2018•上海）已知常数a＞0，函数f（x）=的图象经过点P（p，），Q（q，）．若2p+q=36pq，则a=　6　．

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用．

【分析】直接利用函数的关系式，利用恒等变换求出相应的a值．

【解答】解：函数f（x）=的图象经过点P（p，），Q（q，）．

则：，

整理得：=1，

解得：2p+q=a2pq，

由于：2p+q=36pq，

所以：a2=36，

由于a＞0，

故：a=6．

故答案为：6

【点评】本题考查的知识要点：函数的性质的应用，代数式的变换问题的应用．

12．（5分）（2018•上海）已知实数x1、x2、y1、y2满足：x12+y12=1，x22+y22=1，x1x2+y1y2=，则+的最大值为　+　．

【考点】7F：基本不等式及其应用；IT：点到直线的距离公式．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；48 ：分析法；59 ：不等式的解法及应用．

【分析】设A（x1，y1），B（x2，y2），=（x1，y1），=（x2，y2），由圆的方程和向量数量积的定义、坐标表示，可得三角形OAB为等边三角形，AB=1，+的几何意义为点A，B两点到直线x+y﹣1=0的距离d1与d2之和，由两平行线的距离可得所求最大值．

【解答】解：设A（x1，y1），B（x2，y2），

=（x1，y1），=（x2，y2），

由x12+y12=1，x22+y22=1，x1x2+y1y2=，

可得A，B两点在圆x2+y2=1上，

且•=1×1×cos∠AOB=，

即有∠AOB=60°，

即三角形OAB为等边三角形，

AB=1，

+的几何意义为点A，B两点

到直线x+y﹣1=0的距离d1与d2之和，

显然A，B在第三象限，AB所在直线与直线x+y=1平行，

可设AB：x+y+t=0，（t＞0），

由圆心O到直线AB的距离d=，

可得2=1，解得t=，

即有两平行线的距离为=，

即+的最大值为+，

故答案为：+．

【点评】本题考查向量数量积的坐标表示和定义，以及圆的方程和运用，考查点与圆的位置关系，运用点到直线的距离公式是解题的关键，属于难题．

**二、选择题（本大题共有4题，满分20分，每题5分）每题有且只有一个正确选项.考生应在答题纸的相应位置，将代表正确选项的小方格涂黑.**

13．（5分）（2018•上海）设P是椭圆=1上的动点，则P到该椭圆的两个焦点的距离之和为（　　）

A．2 B．2 C．2 D．4

【考点】K4：椭圆的性质．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；49 ：综合法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】判断椭圆长轴（焦点坐标）所在的轴，求出a，接利用椭圆的定义，转化求解即可．

【解答】解：椭圆=1的焦点坐标在x轴，a=，

P是椭圆=1上的动点，由椭圆的定义可知：则P到该椭圆的两个焦点的距离之和为2a=2．

故选：C．

【点评】本题考查椭圆的简单性质的应用，椭圆的定义的应用，是基本知识的考查．

14．（5分）（2018•上海）已知a∈R，则“a＞1”是“＜1”的（　　）

A．充分非必要条件 B．必要非充分条件

C．充要条件 D．既非充分又非必要条件

【考点】29：充分条件、必要条件、充要条件．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；34 ：方程思想；4O：定义法；5L ：简易逻辑．

【分析】“a＞1”⇒“”，“”⇒“a＞1或a＜0”，由此能求出结果．

【解答】解：a∈R，则“a＞1”⇒“”，

“”⇒“a＞1或a＜0”，

∴“a＞1”是“”的充分非必要条件．

故选：A．

【点评】本题考查充分条件、必要条件的判断，考查不等式的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

15．（5分）（2018•上海）《九章算术》中，称底面为矩形而有一侧棱垂直于底面的四棱锥为阳马，设AA1是正六棱柱的一条侧棱，如图，若阳马以该正六棱柱的顶点为顶点、以AA1为底面矩形的一边，则这样的阳马的个数是（　　）



A．4 B．8 C．12 D．16

【考点】D8：排列、组合的实际应用．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4R：转化法；5O ：排列组合．

【分析】根据新定义和正六边形的性质可得答案．

【解答】解：根据正六边形的性质，则D1﹣A1ABB1，D1﹣A1AFF1满足题意，而C1，E1，C，D，E，和D1一样，有2×6=12，

当A1ACC1为底面矩形，有2个满足题意，

当A1AEE1为底面矩形，有2个满足题意，

故有12+2+2=16

故选：D．



【点评】本题考查了新定义，以及排除组合的问题，考查了棱柱的特征，属于中档题．

16．（5分）（2018•上海）设D是含数1的有限实数集，f（x）是定义在D上的函数，若f（x）的图象绕原点逆时针旋转后与原图象重合，则在以下各项中，f（1）的可能取值只能是（　　）

A． B． C． D．0

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；51 ：函数的性质及应用；56 ：三角函数的求值．

【分析】直接利用定义函数的应用求出结果．

【解答】解：由题意得到：问题相当于圆上由12个点为一组，每次绕原点逆时针旋转个单位后与下一个点会重合．

我们可以通过代入和赋值的方法当f（1）=，，0时，此时得到的圆心角为，，0，然而此时x=0或者x=1时，都有2个y与之对应，而我们知道函数的定义就是要求一个x只能对应一个y，因此只有当x=，此时旋转，此时满足一个x只会对应一个y，因此答案就选：B．

故选：B．

【点评】本题考查的知识要点：定义性函数的应用．

**三、解答题（本大题共有5题，满分76分）解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.**

17．（14分）（2018•上海）已知圆锥的顶点为P，底面圆心为O，半径为2．

（1）设圆锥的母线长为4，求圆锥的体积；

（2）设PO=4，OA、OB是底面半径，且∠AOB=90°，M为线段AB的中点，如图．求异面直线PM与OB所成的角的大小．



【考点】LM：异面直线及其所成的角；L5：旋转体（圆柱、圆锥、圆台）；LF：棱柱、棱锥、棱台的体积．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；31 ：数形结合；41 ：向量法；5F ：空间位置关系与距离；5G ：空间角．

【分析】（1）由圆锥的顶点为P，底面圆心为O，半径为2，圆锥的母线长为4能求出圆锥的体积．

（2）以O为原点，OA为x轴，OB为y轴，OP为z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出异面直线PM与OB所成的角．

【解答】解：（1）∵圆锥的顶点为P，底面圆心为O，半径为2，圆锥的母线长为4，

∴圆锥的体积V==

=．

（2）∵PO=4，OA，OB是底面半径，且∠AOB=90°，

M为线段AB的中点，

∴以O为原点，OA为x轴，OB为y轴，OP为z轴，

建立空间直角坐标系，

P（0，0，4），A（2，0，0），B（0，2，0），

M（1，1，0），O（0，0，0），

=（1，1，﹣4），=（0，2，0），

设异面直线PM与OB所成的角为θ，

则cosθ===．

∴θ=arccos．

∴异面直线PM与OB所成的角的为arccos．



【点评】本题考查圆锥的体积的求法，考查异面直线所成角的正切值的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

18．（14分）（2018•上海）设常数a∈R，函数f（x）=asin2x+2cos2x．

（1）若f（x）为偶函数，求a的值；

（2）若f（）=+1，求方程f（x）=1﹣在区间[﹣π，π]上的解．

【考点】GP：两角和与差的三角函数；GS：二倍角的三角函数．菁优网版权所有

【专题】11 ：计算题；38 ：对应思想；4R：转化法；58 ：解三角形．

【分析】（1）根据函数的奇偶性和三角形的函数的性质即可求出，

（2）先求出a的值，再根据三角形函数的性质即可求出．

【解答】解：（1）∵f（x）=asin2x+2cos2x，

∴f（﹣x）=﹣asin2x+2cos2x，

∵f（x）为偶函数，

∴f（﹣x）=f（x），

∴﹣asin2x+2cos2x=asin2x+2cos2x，

∴2asin2x=0，

∴a=0；

（2）∵f（）=+1，

∴asin+2cos2（）=a+1=+1，

∴a=，

∴f（x）=sin2x+2cos2x=sin2x+cos2x+1=2sin（2x+）+1，

∵f（x）=1﹣，

∴2sin（2x+）+1=1﹣，

∴sin（2x+）=﹣，

∴2x+=﹣+2kπ，或2x+=π+2kπ，k∈Z，

∴x=﹣π+kπ，或x=π+kπ，k∈Z，

∵x∈[﹣π，π]，

∴x=或x=或x=﹣或x=﹣

【点评】本题考查了三角函数的化简和求值，以及三角函数的性质，属于基础题．

19．（14分）（2018•上海）某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时．某地上班族S中的成员仅以自驾或公交方式通勤．分析显示：当S中x%（0＜x＜100）的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为

f（x）=（单位：分钟），

而公交群体的人均通勤时间不受x影响，恒为40分钟，试根据上述分析结果回答下列问题：

（1）当x在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

（2）求该地上班族S的人均通勤时间g（x）的表达式；讨论g（x）的单调性，并说明其实际意义．

【考点】5B：分段函数的应用．菁优网版权所有

【专题】12 ：应用题；33 ：函数思想；4C ：分类法；51 ：函数的性质及应用．

【分析】（1）由题意知求出f（x）＞40时x的取值范围即可；

（2）分段求出g（x）的解析式，判断g（x）的单调性，再说明其实际意义．

【解答】解；（1）由题意知，当30＜x＜100时，

f（x）=2x+﹣90＞40，

即x2﹣65x+900＞0，

解得x＜20或x＞45，

∴x∈（45，100）时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间；

（2）当0＜x≤30时，

g（x）=30•x%+40（1﹣x%）=40﹣；

当30＜x＜100时，

g（x）=（2x+﹣90）•x%+40（1﹣x%）=﹣x+58；

∴g（x）=；

当0＜x＜32.5时，g（x）单调递减；

当32.5＜x＜100时，g（x）单调递增；

说明该地上班族S中有小于32.5%的人自驾时，人均通勤时间是递减的；

有大于32.5%的人自驾时，人均通勤时间是递增的；

当自驾人数为32.5%时，人均通勤时间最少．

【点评】本题考查了分段函数的应用问题，也考查了分类讨论与分析问题、解决问题的能力．

20．（16分）（2018•上海）设常数t＞2．在平面直角坐标系xOy中，已知点F（2，0），直线l：x=t，曲线Γ：y2=8x（0≤x≤t，y≥0）．l与x轴交于点A、与Γ交于点B．P、Q分别是曲线Γ与线段AB上的动点．

（1）用t表示点B到点F的距离；

（2）设t=3，|FQ|=2，线段OQ的中点在直线FP上，求△AQP的面积；

（3）设t=8，是否存在以FP、FQ为邻边的矩形FPEQ，使得点E在Γ上？若存在，求点P的坐标；若不存在，说明理由．

【考点】KN：直线与抛物线的位置关系．菁优网版权所有

【专题】35 ：转化思想；4R：转化法；5D ：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）方法一：设B点坐标，根据两点之间的距离公式，即可求得|BF|；

方法二：根据抛物线的定义，即可求得|BF|；

（2）根据抛物线的性质，求得Q点坐标，即可求得OD的中点坐标，即可求得直线PF的方程，代入抛物线方程，即可求得P点坐标，即可求得△AQP的面积；

（3）设P及E点坐标，根据直线kPF•kFQ=﹣1，求得直线QF的方程，求得Q点坐标，根据+=，求得E点坐标，则（）2=8（+6），即可求得P点坐标．

【解答】解：（1）方法一：由题意可知：设B（t，2t），

则|BF|==t+2，

∴|BF|=t+2；

方法二：由题意可知：设B（t，2t），

由抛物线的性质可知：|BF|=t+=t+2，∴|BF|=t+2；

（2）F（2，0），|FQ|=2，t=3，则|FA|=1，

∴|AQ|=，∴Q（3，），设OQ的中点D，

D（，），

kQF==﹣，则直线PF方程：y=﹣（x﹣2），

联立，整理得：3x2﹣20x+12=0，

解得：x=，x=6（舍去），

∴△AQP的面积S=××=；

（3）存在，设P（，y），E（，m），则kPF==，kFQ=，

直线QF方程为y=（x﹣2），∴yQ=（8﹣2）=，Q（8，），

根据+=，则E（+6，），

∴（）2=8（+6），解得：y2=，

∴存在以FP、FQ为邻边的矩形FPEQ，使得点E在Γ上，且P（，）．



【点评】本题考查抛物线的性质，直线与抛物线的位置关系，考查转化思想，计算能力，属于中档题．

21．（18分）（2018•上海）给定无穷数列{an}，若无穷数列{bn}满足：对任意n∈N\*，都有|bn﹣an|≤1，则称{bn}与{an}“接近”．

（1）设{an}是首项为1，公比为的等比数列，bn=an+1+1，n∈N\*，判断数列{bn}是否与{an}接近，并说明理由；

（2）设数列{an}的前四项为：a1=1，a2=2，a3=4，a4=8，{bn}是一个与{an}接近的数列，记集合M={x|x=bi，i=1，2，3，4}，求M中元素的个数m；

（3）已知{an}是公差为d的等差数列，若存在数列{bn}满足：{bn}与{an}接近，且在b2﹣b1，b3﹣b2，…，b201﹣b200中至少有100个为正数，求d的取值范围．

【考点】8M：等差数列与等比数列的综合．菁优网版权所有

【专题】34 ：方程思想；48 ：分析法；54 ：等差数列与等比数列．

【分析】（1）运用等比数列的通项公式和新定义“接近”，即可判断；

（2）由新定义可得an﹣1≤bn≤an+1，求得bi，i=1，2，3，4的范围，即可得到所求个数；

（3）运用等差数列的通项公式可得an，讨论公差d＞0，d=0，﹣2＜d＜0，d≤﹣2，结合新定义“接近”，推理和运算，即可得到所求范围．

【解答】解：（1）数列{bn}与{an}接近．

理由：{an}是首项为1，公比为的等比数列，

可得an=，bn=an+1+1=+1，

则|bn﹣an|=|+1﹣|=1﹣＜1，n∈N\*，

可得数列{bn}与{an}接近；

（2）{bn}是一个与{an}接近的数列，

可得an﹣1≤bn≤an+1，

数列{an}的前四项为：a1=1，a2=2，a3=4，a4=8，

可得b1∈[0，2]，b2∈[1，3]，b3∈[3，5]，b4∈[7，9]，

可能b1与b2相等，b2与b3相等，但b1与b3不相等，b4与b3不相等，

集合M={x|x=bi，i=1，2，3，4}，

M中元素的个数m=3或4；

（3）{an}是公差为d的等差数列，若存在数列{bn}满足：{bn}与{an}接近，

可得an=a1+（n﹣1）d，

①若d＞0，取bn=an，可得bn+1﹣bn=an+1﹣an=d＞0，

则b2﹣b1，b3﹣b2，…，b201﹣b200中有200个正数，符合题意；

②若d=0，取bn=a1﹣，则|bn﹣an|=|a1﹣﹣a1|=＜1，n∈N\*，

可得bn+1﹣bn=﹣＞0，

则b2﹣b1，b3﹣b2，…，b201﹣b200中有200个正数，符合题意；

③若﹣2＜d＜0，可令b2n﹣1=a2n﹣1﹣1，b2n=a2n+1，

则b2n﹣b2n﹣1=a2n+1﹣（a2n﹣1﹣1）=2+d＞0，

则b2﹣b1，b3﹣b2，…，b201﹣b200中恰有100个正数，符合题意；

④若d≤﹣2，若存在数列{bn}满足：{bn}与{an}接近，

即为an﹣1≤bn≤an+1，an+1﹣1≤bn+1≤an+1+1，

可得bn+1﹣bn≤an+1+1﹣（an﹣1）=2+d≤0，

b2﹣b1，b3﹣b2，…，b201﹣b200中无正数，不符合题意．

综上可得，d的范围是（﹣2，+∞）．

【点评】本题考查新定义“接近”的理解和运用，考查等差数列和等比数列的定义和通项公式的运用，考查分类讨论思想方法，以及运算能力和推理能力，属于难题．