2021年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

**数学**

**第I卷**

**注意事项：**

**1．每小题选出答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。**

**2.本卷共9小题，每小题5分，共45分**

**参考公式：**

**•如果事件*A*、*B*互斥，那么．**

**•如果事件*A*、*B*相互独立，那么．**

**•球的体积公式，其中*R*表示球的半径．**

**•圆锥的体积公式，其中*S*表示圆锥的底面面积，*h*表示圆锥的高．**

**一、选择题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设集合，则（ ）

A． B． C． D．

2．已知，则“”是“”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不允分也不必要条件

3．函数的图像大致为（ ）

A． B．

C． D．

4．从某网格平台推荐的影视作品中抽取400部，统计其评分分数据，将所得400个评分数据分为8组：，并整理得到如下的费率分布直方图，则评分在区间内的影视作品数量是（ ）



A．20 B．40 C．64 D．80

5．设，则*a*，*b*，*c*的大小关系为（ ）

A． B． C． D．

6．两个圆锥的底面是一个球的同一截面，顶点均在球面上，若球的体积为，两个圆锥的高之比为，则这两个圆锥的体积之和为（ ）

A． B． C． D．

7．若，则（ ）

A． B． C．1 D．

8．已知双曲线的右焦点与抛物线的焦点重合，抛物线的准线交双曲线于*A*，*B*两点，交双曲钱的渐近线于*C*、*D*两点，若．则双曲线的离心率为（ ）

A． B． C．2 D．3

9．设，函数，若在区间内恰有6个专点，则*a*的取值范围是（ ）

A． B． C． D．.

**2021年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）**

**数学**

**第II卷**

**注意事项**

**1．用黑色墨水的钢笔或签字笔将答案写在答题卡上．**

**2．本卷共11小题，共105分．**

**二、填空题，本大题共6小题，每小题5分，共30分，试题中包含两个空的，答对1个的给3分，全部答对的给5分．**

10．i是虚数单位，复数\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

11．在的展开式中，的系数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12．若斜率为的直线与y轴交于点*A*，与圆相切于点*B*，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．若，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．甲、乙两人在每次猜谜活动中各猜一个谜语，若一方猜对且另一方猜错，则猜对的一方获胜，否则本次平局，已知每次活动中，甲、乙猜对的概率分别为和，且每次活动中甲、乙猜对与否互不影响，各次活动也互不影响，则一次活动中，甲获胜的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，3次活动中，甲至少获胜2次的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*．*

15．在边长为1的等边三角形*ABC*中，*D*为线段*BC*上的动点，且交*AB*于点*E*．且交*AC*于点*F*,则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题，本大题共5小题，共75分，解答应写出文字说明，证明过程成演算步骤．**

16．（本小题满分14分）

在，角所对的边分别为，已知，．

（I）求*a*的值；

（II）求的值；

（III）求的值．

17．（本小题满分15分）

如图，在棱长为2的正方体中，*E*为棱*BC*的中点，*F*为棱*CD*的中点．



（I）求证：平面；

（II）求直线与平面所成角的正正弦值．

（III）求二面角的正弦值．

18．（本小题满分15分）

已知椭圆的右焦点为*F*,上顶点为*B*,离心率为，且．

（I）求椭圆的方程；

（II）直线*l*与椭圆有唯一的公共点*M*，与*y*轴的正半轴交于点*N*，过*N*与*BF*垂直的直线交*x*轴于点*P*．若，求直线*l*的方程．

19．（本小题满分15分）

已知是公差为2的等差数列，其前8项和为64．是公比大于0的等比数列，．

（I）求和的通项公式；

（II）记.

（i）证明是等比数列；

（ii）证明

20．（本小恩满分16分）

已知**，函数．

（I）求曲线在点处的切线方程：

（II）证明存在唯一的极值点

（III）若存在*a*，使得对任意成立，求实数*b*的取值范围．