**绝密☆启用前 试卷类型：A**

**2022年普通高等学校招生全国统一考试**

**数学**

**本试卷共4页，22小题，满分150分.考试用时120分钟.**

**注意事项：**

**1．答卷前，考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上.用2B铅笔将试卷类型（A）填涂在答题卡相应位置上.将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”.**

**2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上.**

**3．非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液.不按以上要求作答的答案无效.**

**4．考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，将试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 若集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. 若，则（ ）

A.  B.  C. 1 D. 2

3. 在中，点*D*在边*AB*上，．记，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 南水北调工程缓解了北方一些地区水资源短缺问题，其中一部分水蓄入某水库.已知该水库水位为海拔时，相应水面的面积为；水位为海拔时，相应水面的面积为，将该水库在这两个水位间的形状看作一个棱台，则该水库水位从海拔上升到时，增加的水量约为（）（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 从2至8的7个整数中随机取2个不同的数，则这2个数互质的概率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

6. 记函数最小正周期为*T*．若，且的图象关于点中心对称，则（ ）

A. 1 B.  C.  D. 3

7. 设，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

8. 已知正四棱锥的侧棱长为*l*，其各顶点都在同一球面上.若该球的体积为，且，则该正四棱锥体积的取值范围是（ ）

A  B.  C.  D. 

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．**

9. 已知正方体，则（ ）

A. 直线与所成的角为 B. 直线与所成的角为

C. 直线与平面所成角为 D. 直线与平面*ABCD*所成的角为

10. 已知函数，则（ ）

A 有两个极值点 B. 有三个零点

C. 点是曲线的对称中心 D. 直线是曲线的切线

11. 已知*O*为坐标原点，点在抛物线上，过点的直线交*C*于*P*，*Q*两点，则（ ）

A. *C*的准线为 B. 直线*AB*与*C*相切

C.  D. 

12. 已知函数及其导函数的定义域均为，记，若，均为偶函数，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13. 的展开式中的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（用数字作答）．

14. 写出与圆和都相切的一条直线的方程\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 若曲线有两条过坐标原点的切线，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16. 已知椭圆，*C*的上顶点为*A*，两个焦点为，，离心率为．过且垂直于的直线与*C*交于*D*，*E*两点，，则的周长是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

17. 记为数列的前*n*项和，已知是公差为的等差数列．

（1）求的通项公式；

（2）证明：．

18. 记的内角*A*，*B*，*C*的对边分别为*a*，*b*，*c*，已知．

（1）若，求*B*；

（2）求的最小值．

19. 如图，直三棱柱的体积为4，的面积为．



（1）求*A*到平面的距离；

（2）设*D*为的中点，，平面平面，求二面角的正弦值．

20. 一医疗团队为研究某地的一种地方性疾病与当地居民的卫生习惯（卫生习惯分为良好和不够良好两类）的关系，在已患该疾病的病例中随机调查了100例（称为病例组），同时在未患该疾病的人群中随机调查了100人（称为对照组），得到如下数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 不够良好 | 良好 |
| 病例组 | 40 | 60 |
| 对照组 | 10 | 90 |

（1）能否有99%的把握认为患该疾病群体与未患该疾病群体的卫生习惯有差异？

（2）从该地的人群中任选一人，*A*表示事件“选到的人卫生习惯不够良好”，*B*表示事件“选到的人患有该疾病”．与的比值是卫生习惯不够良好对患该疾病风险程度的一项度量指标，记该指标为*R*．

（ⅰ）证明：；

（ⅱ）利用该调查数据，给出的估计值，并利用（ⅰ）的结果给出*R*的估计值．

附，

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0050 | 0.010 | 0.001 |
| *k* | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

21. 已知点在双曲线上，直线*l*交*C*于*P*，*Q*两点，直线的斜率之和为0．

（1）求*l*的斜率；

（2）若，求的面积．

22. 已知函数和有相同的最小值．

（1）求*a*；

（2）证明：存在直线，其与两条曲线和共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列．